ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 DÉCEMBRE 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

RENOUVELLEMENT ANNUEL

DU BUREAU ET DES COMMISSIONS ADMINISTRATIVES.

M. **Charles Richet** est élu Vice-Président pour l'année 1932 par 62 suffrages contre 1 à M. *P. Marchal*.

M. **Ch. Lallemand**, par 57 suffrages contre 1 à M. *G. Perrier*; M. **E.-L. Bouvier**, par 58 suffrages, sont réélus membres des Commissions administratives.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 5 décembre 1931, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Lucien Cuénot** pour occuper la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Eugène Cosserat*.

Il est donné lecture de ce décret.

M. le **Président** annonce la mort, survenue à Londres le 27 novembre 1931, de Sir **David Bruce**, Correspondant de l'Académie pour la Section de Médecine.

NÉCROLOGIE. — *Notice sur* SIR DAVID BRUCE, par M. **H. VINCENT**.

Les travaux de Sir David Bruce, Correspondant de l'Académie et Membre du *Lister Institute*, ont une grande importance en pathologie humaine et animale. Membre du corps médical de l'armée britannique, il avait étudié, en 1887, alors qu'il était en garnison à Malte, une maladie singulière qui frappait simultanément les chèvres et les habitants de ce pays et amenait souvent leur mort. Connue sous le nom de Fièvre de Malte ou de Fièvre méditerranéenne, ou encore de Fièvre ondulante, cette maladie infectieuse règne, en réalité, dans un grand nombre de pays, chauds ou tempérés. Les régions riveraines de la Méditerranée lui donnent plus particulièrement asile, mais elle est observée aussi jusqu'en Amérique, dans l'Inde, en Chine, etc.. De nombreux cas en sont signalés en France.

C'est à Sir David Bruce que revient l'honneur d'avoir découvert l'agent pathogène de la Fièvre de Malte, le *Micrococcus melitensis*. Ses travaux ont reçu une universelle confirmation. Ils ont été le point de départ des études prophylactiques dirigées contre cette infection très dangereuse. Comme Président de la Commission de la Fièvre de Malte, il a participé aux progrès réalisés dans nos connaissances sur l'étiologie de cette maladie, en mettant en évidence le rôle des chèvres du pays et de leur lait consommé cru, dans la transmission de son germe. La contagion peut se faire directement aussi chez les éleveurs, le microbe existant non seulement dans le lait, mais encore dans le sang, les viscères, l'urine, etc., des animaux malades.

Ces travaux ont été le point de départ des recherches qui ont étendu les notions relatives aux autres modes de contagion et surtout aux autres animaux domestiques capables de transmettre le Microcoque de David Bruce.

Notre Confrère anglais, reprenant en Rhodésie les recherches de Kinghorn et Yorke sur le *Trypanosoma rhodesiense*, parasite des antilopes, a découvert un trypanosome semblable ou une espèce analogue dans l'épizootie connue sous le nom de *Nagana*. Le parasite siège dans le sang et surtout dans le liquide céphalo-rachidien des animaux infectés. Les recherches ultérieures ont montré que le *Trypanosoma Brucei* survit chez les animaux sauvages qui constituent ainsi des réservoirs de virus. La contagion se fait par un hôte intermédiaire, la *Glossina morsitans*.

On doit encore à Sir David Bruce des travaux d'un grand intérêt sur la Maladie du sommeil. Notre savant Confrère a pris une part importante dans les progrès accomplis en pathologie exotique. Sa mort est une grande perte pour la Science.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le professeur **Richard Goldschmidt**, directeur de l'Institut de Biologie expérimentale de Berlin-Dahlem, qui assiste à la séance.

GÉODÉSIE. — *Opérations exécutées au terme sud de la base de Delambre, à Melun*. Note de M. **Georges Perrier**.

La célèbre chaîne méridienne exécutée de 1792 à 1798 entre Dunkerque et Barcelone, par Delambre et Méchain, en vue de la détermination du mètre, s'appuyait sur deux bases mesurées avec les règles de Borda : celle de Melun (11842^m) et celle de Perpignan (11706^m).

Cette chaîne méridienne constitue l'axe central de la triangulation de notre pays exécutée par les Ingénieurs-Géographes pour servir d'ossature à la carte au $\frac{1}{80000}$, dite carte d'État-Major. Mais, reconnue d'une précision insuffisante pour les besoins de la Science moderne, elle a été remplacée par une nouvelle chaîne dont la mesure a duré de 1870 à 1892 et qui est, à présent, l'axe central de la nouvelle triangulation française, en cours d'exécution.

La nouvelle chaîne s'appuie sur trois bases mesurées à l'appareil bimétallique Brunner, celle de Perpignan, à peu près identique à la base de Delambre, celle de Paris (7227^m), et celle de Cassel (7392^m).

La base de Paris, comprise entre le terme nord de Villejuif et le terme sud de Juvisy, est différente de la base de Melun mesurée par Delambre, comprise entre le terme nord de Lieusaint et le terme sud de Melun, car la reconnaissance du terrain situé entre ces deux termes a démontré en 1882 qu'il était impossible de mesurer à nouveau la base de Delambre avec un des appareils à règle alors en usage.

Néanmoins la base de Melun a été rattachée à la nouvelle triangulation française et ses deux termes constituent toujours des points de premier ordre de cette triangulation.

A titre de renseignement, disons ici que, pour cette base, il y a égalité absolue entre sa longueur mesurée par Delambre ($11842^m,150$) et sa longueur calculée en partant de la base de Paris dans la nouvelle triangulation du Service géographique de l'Armée.

Le terme sud de la base de Delambre est situé à l'entrée nord de la ville de Melun, au centre d'un rond-point, à l'angle des routes nationales

n° 5 et n° 5 *bis*, qui conduisent toutes deux à Paris. La route n° 5 est celle qui passe à Lieusaint et le long de laquelle la base de Delambre a été mesurée. Le terme nord de la base est situé à l'entrée sud du village de Lieusaint, sur l'accotement est de la route.

Delambre avait protégé les termes de sa base par deux monolithes, dépassant le sol d'environ 35^{cm} [1].

En 1882, au moment des opérations exécutées pour le rattachement de la base de Melun à la nouvelle Méridienne de France, les deux termes ont été découverts. On trouve dans le Tome XII, première Partie, du *Mémorial du Dépôt général de la Guerre* [2], pages 170 à 175, le récit des opérations exécutées par MM. Bassot et Defforges, le 31 mai 1882, en présence d'une Commission déléguée par l'Académie des Sciences, composée de MM. d'Abbadie, Bréguet, Janssen, Lœwy, le Colonel François Perrier, l'Amiral Cloué et Émile Brunner.

Déjà à cette époque et depuis longtemps, le monolithe du terme sud de la base, placé, comme nous l'avons dit, au centre d'un rond-point, à l'intersection de plusieurs voies de communication, se confondait, même d'assez près, surtout la nuit, avec la chaussée et constituait un danger pour la circulation.

En 1871, la voiture du Général de Chanaleilles, rentrant à Melun de nuit, vint heurter contre une des quatre bornes qui entouraient le terme. La voiture fut brisée, un des chevaux tué. Le Général porta plainte à la ville; l'agent voyer ne parla de rien moins que de faire disparaître le terme, cette pierre inutile et gênante! Cependant, après enquête, on reconnut qu'il était la propriété de l'Académie des Sciences et se trouvait placé sous la garde du Service des Ponts et Chaussées. On voulut bien le respecter; mais pour prévenir les accidents ultérieurs, on décida d'éclairer le carrefour, et l'Administration, sans en référer à l'Académie, crut ingénieux de planter un bec

(1) Nous possédons une curieuse lettre non datée de Delambre, alors Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques de la Classe des Sciences physiques et mathématiques de l'Institut de France, à son Excellence le Ministre de l'Intérieur Comte de l'Empire, faisant ressortir l'urgence de construire des pyramides sur les termes des bases de Melun et de Perpignan.

Elle est insérée dans un précieux exemplaire de la *Base du Système métrique décimal*, ayant appartenu à Delambre, portant de nombreuses notes de sa main, légué par lui à l'astronome Mathieu et par les héritiers de celui-ci, Charles Mathieu et Mme Laugier au Général François Perrier.

(2) Paris, Imprimerie nationale, 1885.

de gaz sur le monolithe même. Fort heureusement, celui-ci ne fut pas autrement endommagé et le repère n'eut pas à souffrir de cette singulière opération. Le premier soin des opérateurs de 1882, en arrivant à Melun, fut de faire reporter ce bec de gaz sur la chaussée.

De nos jours la circulation est devenue de plus en plus intense sur les routes n° 5 et n° 5 *bis*, et il convenait de prendre des mesures pour remédier au danger causé par la présence du monolithe, tout en respectant absolument le repère de Delambre.

A la suite d'une réclamation adressée, le 27 janvier 1931, par M. Houdart, Maire de Melun, à l'Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées du Département de Seine-et-Marne (M. Schwartz), une entente est intervenue entre l'Académie des Sciences, propriétaire du terme, le Service géographique de l'Armée et le Service des Ponts et Chaussées, pour supprimer la superstructure du terme et faire passer la circulation au-dessus de la dalle qui protège les deux repères de l'an VII et de 1882 (1), à condition que la nouvelle surface de protection assure une immobilité parfaite de ces repères.

Le Capitaine Rainoird, de la Section de Géodésie du Service géographique de l'Armée, a procédé, le 5 mars 1931, à une reconnaissance préalable, à la suite de laquelle un projet a été établi par l'Administration des Ponts et Chaussées (M. Schwartz, Ingénieur en chef; M. Issarte, Ingénieur ordinaire; M. Morin, Ingénieur des Travaux publics de l'État). Ce projet a été approuvé par l'Académie et l'exécution en a été confiée à M. Degrange, entrepreneur.

Le Capitaine Lockhart, du Service géographique de l'Armée, a surveillé l'exécution des travaux, en portant spécialement son attention sur la nécessité absolue de respecter les repères. Ceux-ci ont été découverts et retrouvés en parfait état. Une fosse a été construite, englobant le terme de Delambre; les parois de la fosse, sans toucher celui-ci, supportent un massif en ciment armé qui présente, au droit des repères, un regard en fonte.

Ce massif, de près de 4^{m} de côté et pesant environ 5 tonnes, a été d'abord établi à une certaine hauteur au-dessus de la chaussée, puis abaissé le 23 novembre dernier, de manière à cacher définitivement le terme. Un pavage sera établi au-dessus, exactement au niveau de la chaussée, de sorte que la circulation s'effectuera au centre du carrefour sans que les automo-

---

(1) Distants de $0^{m},1437$.

bilistes puissent, en passant au-dessus du terme de Delambre, soupçonner même sa présence.

L'opération du 23 novembre a été exécutée en présence de M. le Général Georges Perrier, délégué de l'Académie des Sciences, de M. Houdart, Maire de Melun, du Capitaine Lockhart et de MM. Issarte et Morin.

Un rapport plus détaillé, établi en commun par le Service des Ponts et Chaussées et le Service géographique de l'Armée, sera adressé à l'Académie pour être déposé dans ses Archives.

Le Général Perrier a profité de sa présence à Melun pour reconnaître l'état du terme nord de la base, à l'entrée sud du village de Lieusaint. Le monolithe qui le recouvre a été trouvé en parfait état de conservation. Situé sur l'accotement est de la route, il ne gêne en rien la circulation. La route était, récemment encore, bordée de chaque côté par deux lignes d'arbres qui n'existaient certainement pas du temps de Delambre. En raison de l'intensité de la circulation, le Service des Ponts et Chaussées procède en ce moment à son élargissement en faisant abattre les deux lignes intérieures. Toutefois on les conserve à l'entrée du village de Lieusaint, car les quatre lignes d'arbres de la route constituent une promenade très fréquentée par les habitants de ce village, surtout le dimanche.

Une nouvelle mesure de la base de Delambre se heurterait à deux difficultés :

1° La ligne d'arbres intérieure, à l'est de la route, qui subsistera à l'entrée du village de Lieusaint, est exactement sur l'alignement des deux termes.

2° Une dérivation de la route a été construite pour supprimer un passage à niveau et remplacer celui-ci par un passage au-dessus d'une ligne de chemin de fer.

Il est donc certain que de nos jours, comme on l'avait déjà reconnu en 1882, la base de Delambre ne serait plus mesurable avec un appareil à règle, mais peut-être le serait-elle encore avec un appareil moderne à fils.

GÉNÉTIQUE. — *Sur la dominance du caractère amylacé dans les hybrides de première génération de deux variétés de Pois* (Pisum sativum *L.*). Note de MM. **L. Blaringhem**, **M. Bridel** et Mlle **C. Bourdouil**.

Pour effectuer ces expériences d'hybridation, nous nous sommes adressés à deux variétés de Pois, *Pisum sativum* L. var. Le Délicieux (D) à graines ridées et vertes, et *P. sativum* L. var. Très hâtif d'Arras (A) à graines rondes et jaunes, différant surtout par l'aspect des graines corrélatif d'une différence de composition chimique des réserves, mise en évidence au cours d'un travail récent ([1]).

Les plantes, cultivées à la station Berthelot à Bellevue (Seine-et-Oise), ont fleuri en mai et juin 1931. Les castrations et les fécondations réciproques ont fourni environ 400^g de graines mûres (F_1). On doit noter que les fruits normaux et les fruits résultant des fécondations croisées réciproques A × D et D × A ont mûri simultanément et sur les mêmes plantes.

Les hybrides A × D sont des graines rondes et jaunes identiques à celles de la mère; mais la combinaison D × A donne des pois jaunes marqués de vert sur des plages peu étendues et les enveloppes des graines offrent des dépressions qui en font un stade morphologique intermédiaire entre les parents.

Les analyses de ces graines ont été effectuées en utilisant la méthode biochimique à l'invertine et à l'émulsine de Bourquelot ([2]), et pour l'amidon, en utilisant l'action de la pancréatine.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant et se rapportent à 100^g de graines de chaque combinaison :

Pisum sativum. Combinaison.	Nombre de graines dans 100^g.	Substance sèche.	Déviation polarimétrique initiale.	Sucre réducteur initial.	Sucre réducteur après invertine.	Sucre réducteur après émulsine.	Amidon.
D × D...	252	84,0	+25°,8	0,15	8,37	14,42	19,8
A × A...	320	83,8	+12	0,00	3,20	7,56	34,6
D × A...	226	83,7	+11	0,00	4,18	7,92	37,2
A × D...	272	81,7	+ 8,6	0,00	2,80	6,70	35,1

([1]) M. Bridel et C. Bourdouïl, *Sur l'évolution des glucides au cours de la formation de la graine de deux variétés de Pois* (*Comptes rendus*, 193, 1931, p. 949).

([2]) Bourquelot, *Journ. Pharm. et Chim.*, 14, 1901, p. 481.

En ce qui concerne le caractère amylacé la dominance est complète. La teneur en amidon de l'hybride D × A confirme l'hypothèse émise précédemment ([1]) que le Pois ridé mûr (VI) est en état d'arrêt de condensation des glucides et à un stade d'équilibre de ces glucides où le Pois rond non mûr (stade 4) continue à produire de l'amidon. Cet arrêt est dû non pas à ce que la plante cesse de fournir à la graine un contingent de glucides suffisant pour fabriquer de l'amidon, mais bien à ce que la graine elle-même perd prématurément le pouvoir de faire la synthèse de cet amidon; il suffit en effet de l'intervention du pollen de la variété amylacée pour que cette synthèse, dans l'ovaire du pois ridé, atteigne et même dépasse le taux obtenu dans le pois amylacé.

D'autre part les modifications qu'entraînent les diverses combinaisons des pollens et des ovules des deux variétés ne sont pas entièrement équivalentes même dans les croisements réciproques. Les dimensions des parois des ovules jouent un rôle puisque, dans le cas où l'ovule est fourni par la variété ridée D, le poids moyen d'une graine est notablement plus élevé (44^{cg}) que lorsqu'il est fourni par la variété ronde A (36^{cg}).

Si l'on rapporte les teneurs en divers glucides au poids moyen d'une graine et non plus à 100^{g} de graines, les divergences des résultats fournis par les fécondations directes et croisées s'accusent comme le montre le tableau suivant où les poids sont exprimés en centigrammes :

Combinaison.	Poids moyen d'une graine.	Substance sèche.	Sucre réducteur (S. R.) initial.	après invertine.	après émulsine.	S. R. par action de l'invertine / S. R. par action de l'émulsine	Amidon.
D × D.......	39	33	0,06	3,3	5,7	1,3	7,8
A × A.......	31	26	0,00	1,0	2,3	0,7	10,8
D × A.......	44	37	0,00	1,8	3,5	1,1	16,4
A × D.......	36	30	0,00	1,0	2,4	0,7	12,9

Ainsi une graine D × A présente une teneur en amidon sensiblement plus forte que celle des autres séries. En réalité les parois de l'ovule du Pois ridé n'ont pas perdu, au cours de l'hybridation, leur faculté exceptionnelle de développement et à cause de cela la graine hybride D × A, où les glucides ont une tendance à se déposer à l'état d'amidon, a pu emmagasiner une quantité d'amidon notablement plus forte; cette interprétation se trouve confirmée par le fait qu'il existe aussi plus de glucides solubles

([1]) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 950.

dans l'hybride à ovule D que dans l'hybride à ovule A, même pour des activités de condensation identiques.

On retrouve encore une conséquence de l'influence de l'ovule lorsqu'on examine le rapport entre le sucre réducteur fourni par l'invertine et le sucre réducteur fourni par l'émulsine. Ce rapport est de 1,1 pour l'hybride D × A (chiffre voisin de 1,3 pour D × D); il est de 0,7 pour l'hybride A × D (chiffre voisin de celui trouvé pour A × A); donc caractéristique de l'ovule.

En résumé, l'examen morphologique des hybrides de première génération du Pois rond var. Très hâtif d'Arras × Pois ridé var. Le Délicieux et de son réciproque trahissent des irrégularités apparentes à la règle de dominance de Mendel. Pour la forme, la première combinaison A × D donne des pois ronds identiques à ceux de la mère, et il en est de même pour la couleur jaune; mais la seconde combinaison D × A donne des pois jaunes marqués de vert sur des plages relativement peu étendues, et surtout, les enveloppes de la graine offrent des dépressions qui en font un stade morphologique, ni rond ni ridé, intermédiaire entre les parents.

D'autre part, si nous ne tenons compte que de l'état des glucides arrivés au maximum de condensation (amidon), la règle de Mendel est strictement vérifiée avec dominance du caractère amylacé. Nous avons en effet des proportions d'amidon 34,6; 37,2; 35,1 pour les combinaisons A × A, D × A et A × D, chiffres concordants, qui manifestent la dominance complète du caractère amylacé sur la teneur en amidon 19,8 du pois ridé D × D. Mais, si l'on rapporte les résultats à 1 graine, unité biologique, on voit que l'ovule intervient par sa capacité et que le caractère amylacé de l'hybride D × A est plus accentué en valeur absolue que le caractère amylacé de l'hybride A × D.

Ce qui est mal défini, c'est l'état « ridé », que l'on confond avec l'état « sucré ». Ce dernier qualitatif doit être interprété comme suit : le Pois dit sucré est un Pois qui se dessèche prématurément et à la phase où les proportions de substance sèche par rapport à l'eau sont comme 3 est à 7; le Pois amylacé n'est mûr qu'après une synthèse prolongée de l'amidon et à la phase où le taux de substance sèche par rapport à l'eau est comme 3 est à 3. Il y a en réalité dominance de l'accumulation prolongée d'amidon sur la particularité, que présente le pois ridé, de n'en fabriquer qu'une petite quantité. Les glucides solubles par contre traduisent des qualités propres aux ovules, c'est-à-dire la spécificité maternelle.

OPTIQUE. — *De l'invention du périscope.* Note de M. **Jean Rey.**

Les journaux anglais ont publié, au mois de septembre dernier, une Note reproduite dans les journaux français (voir le *Temps* et l'*Écho de Paris* du 18 septembre 1931) annonçant la mort de Sir Howard Grubb, l'inventeur du Périscope de sous-marin, à l'âge de 88 ans.

Or cette invention est entièrement française : il m'a paru utile de le rappeler.

Je crois être le premier qui ait combiné un appareil optique pour la vision des sous-marins. En 1890 le problème me fut posé et, en juillet 1891, la Marine française installait, sur le *Gymnote*, notre premier sous-marin, mon dispositif constitué par un tore en verre, à trois surfaces courbes, taillées et polies, permettant d'embrasser un champ de 360° et, par réflexion totale de produire, avec un système de lentilles placé sur le trajet du faisceau, une image redressée à la partie inférieure par un miroir à 45°, à la distance de 1050^{mm} du plan focal supérieur. L'ensemble était contenu dans un tube vertical que l'on pouvait déplacer dans son presse-étoupe, à l'aide d'un moteur électrique, de manière à le faire émerger hors du sous-marin.

A cette époque, aucune marine ne se préoccupait encore de construire des sous-marins et l'Angleterre moins que toute autre.

Mon appareil présentait plusieurs défauts que la pratique révéla bientôt : néanmoins, il était suffisant pour étudier le problème.

Sur le *Gustave-Zédé*, le second sous-marin de notre flotte, on employa un dispositif avec miroirs à 45°, placés aux deux extrémités du tube vertical du périscope.

Ce nouveau système avait été construit sur les indications des Commandants Daveluy et Violette, devenus Amiraux depuis lors.

La première réalisation d'un appareil donnant des images parfaitement correctes et suffisamment lumineuses, avec un champ suffisant, fut effectuée en 1897, par M. Jules Carpentier, notre ancien et éminent Confrère, sur la demande de M. Pollard, Ingénieur en chef du Génie maritime, et à l'aide d'un dispositif imaginé par M. Garnier, également Ingénieur du Génie maritime.

Le principe entièrement nouveau de ce périscope consistait dans l'emploi de deux lunettes astronomiques opposées bout à bout, les objectifs étant placés au milieu de l'appareil; deux prismes à 45° étaient fixés aux deux

extrémités du tube vertical où se trouvaient les oculaires et ramenaient l'axe optique de la direction verticale à la direction horizontale.

Le premier exemplaire donna des résultats si intéressants que la Marine décida l'application générale du système à la construction des périscopes de sous-marins.

M. Jules Carpentier modifia peu après le premier dispositif en remplaçant les deux objectifs par une seule lentille du type véhicule, pour transport symétrique.

Les sous-marins *Gymnote* et *Gustave-Zédé* furent munis de l'appareil Carpentier. Puis le *Morse*, le *Narval*, le *Français*, l'*Algérien*, les séries *Sirène* et *Naïade*, furent pourvus d'appareils entièrement calculés et construits par M. Carpentier.

La longueur de ces périscopes, mesurée entre les axes horizontaux des prismes, fut d'abord de $1^m,50$ et portée, successivement, jusqu'à $5^m,80$.

Le champ de vision était de 50° environ et le diamètre du tube passa de 60 à 90^{mm}.

Le grossissement était nul, les images observées à l'oculaire conservant des angles égaux à ceux de l'observation directe. Les difficultés mécaniques à vaincre étaient considérables. Il fallait une étanchéité absolue des joints extérieurs pour empêcher, non seulement la pénétration de l'eau de mer, mais pour maintenir, à l'intérieur de l'appareil, une atmosphère sèche ne donnant aucune condensation sur les surfaces optiques.

En 1904, M. Carpentier inventa l'appareil à deux diamètres comprenant, à la partie supérieure, un périscope court, à diamètre minimum, donnant un premier transport d'image. Pour augmenter la longueur, à la base du premier tube, était placé un autre tube et même un troisième, donnant jusqu'à deux et trois transports d'images, l'oculaire restant toujours à l'extrémité inférieure de l'appareil.

On arriva ainsi à des tubes de 100^{mm} de diamètre, avec un champ de 37°, et un diamètre de l'anneau oculaire de $2^{mm},6$.

En 1907 la Marine demanda la création d'un périscope court, à grande clarté, pour la surveillance nocturne. D'autres modèles furent créés depuis lors.

Aujourd'hui, les périscopes ont jusqu'à 11^{mm} de diamètre. La manœuvre de ces tubes, entièrement en acier parfaitement poli est facile, la clarté est maxima et les images sont corrigées de toutes les aberrations et dans toute l'étendue du champ.

On est arrivé à donner un grossissement sensible, qui a passé de 1,2 jusqu'à 6.

Enfin un levier spécial permet à l'observateur d'incliner le prisme de tête et d'observer le ciel jusqu'au zénith. Le vide est maintenu dans l'intérieur de l'appareil, pour éviter les condensations et les chutes de poussière.

Avec une abnégation qui n'étonnera pas ceux qui ont connu notre Confrère M. Carpentier, ce dernier n'a jamais voulu breveter ces appareils, ni faire aucune fourniture à l'étranger, malgré les nombreuses demandes qu'il a reçues. Aussi, sur la demande de notre Confrère l'amiral Fournier (il était à cette époque Membre du Conseil supérieur de la Marine), le Ministre accorda, en 1906, à M. Carpentier, la cravate de Commandeur de la Légion d'honneur.

La lettre de l'amiral Fournier est un des plus beaux titres de M. Carpentier à la reconnaissance de ses concitoyens.

L'exposé que je viens de faire suffit à montrer que l'invention du périscope est entièrement française. Pas plus en 1891 qu'en 1897, les Anglais ne se préoccupaient du périscope.

L'Amirauté anglaise dédaignait alors les sous-marins et elle faisait tous les efforts possibles pour discréditer ces bâtiments auprès des ingénieurs ou des constructeurs anglais.

L'attribution de l'invention du périscope à un anglais, sous la forme adoptée dans tous les pays à la suite de la France, est donc complètement erronée. Ce n'est pas d'ailleurs la première fois qu'une invention française est démarquée, et que les étrangers ne craignent pas de s'en attribuer la gloire.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'éclair en chapelet avec grains.* Note de M. E. Mathias.

1. Nous avons donné une théorie de ce phénomène [1]; il s'agit d'un éclair *multiple unique*, formé de n décharges successives suivant la même trajectoire. Les $(n-1)$ jaillissements préliminaires, d'intensité faible, sont grossièrement équidistants dans le temps, leur durée, très courte, de l'ordre

---

[1] E. Mathias, *Comptes rendus*, 192. 1931, p. 653.

du dix-millième de seconde ou moindre. Alors la matière fulminante passe brusquement d'une température de 2500° environ à celle de son extinction; la tension superficielle, qui n'est appréciable qu'aux températures relativement basses, n'a pas le temps de se manifester, le jaillissement demeurant uniformément cylindrique de l'origine à l'extrémité de l'éclair fulgurant supposé sans ramifications.

Entre ces jaillissements préliminaires et le dernier se produit un *temps de repos* pendant lequel le nuage générateur de l'éclair se recharge assez pour donner une décharge *ultime* et *très forte*, qualifiée *décharge d'épuisement*. Beaucoup plus intense que les $(n-1)$ décharges préliminaires, elle dure davantage et change la forme jusque-là cylindrique du jet; la matière fulminante, supposée homogène, prend alors la forme d'une veine fluide s'écoulant dans l'air et présente une série de *ventres* et de *nœuds* équidistants montrant que la tension superficielle est apparue, donc qu'il y a eu refroidissement de la matière fulminante sans qu'elle disparût subitement. Cela exige que le *débit* du $n^{\text{ième}}$ jaillissement soit beaucoup plus fort que le débit moyen des jaillissements préliminaires. Le refroidissement, proportionnel à $\frac{2}{r}$, beaucoup plus rapide aux *nœuds* où le rayon r est petit, laisse alors les régions ventrales se détacher en forme de sphéroïdes (ou d'ovoïdes) incandescents distribués à des distances égales sur la trajectoire de l'*éclair en chapelet*.

L'explication sera satisfaisante si : 1° le diamètre du *filet* (quand il existe) est toujours une faible fraction du diamètre des grains; 2° elle donne la raison de la rareté relative de l'*éclair en chapelet* par rapport à l'éclair fulgurant, cependant que certains orages abondent en cette sorte de décharge.

Le diamètre du *filet* est celui de l'éclair fulgurant; il est de l'ordre de 3^{cm}. Quant aux grains du chapelet, supposés sphériques, leur diamètre est fréquemment 25, 50, 80^{cm}, la valeur moyenne étant 50^{cm}. Le rapport $\frac{1}{17}$ entre le filet et le diamètre des grains a bien la petitesse convenable pour notre interprétation.

D'autre part la singularité de la composition de l'éclair en chapelet (nombreuses décharges préliminaires, faibles et équidistantes, suivies après un temps de repos d'une dernière décharge très forte) explique sa rareté relative. Si la cause de cette bizarrerie est réalisée dans un orage, celui-ci peut abonder en éclairs en chapelet, tout au moins en décharges granulaires.

2. L'observation suivante, due à M. H. Galland, montre que la théorie précédente n'est pas assez générale.

« ...En 1927, je me trouvais à Ipanadiana, bourgade perdue dans la grande forêt de Madagascar, sur la route de Fianarantrou à Mananjary, à 600^{m} d'altitude. Il y a dans ces régions, au moment des pluies, des orages terribles provenant de la décharge des nuages venant de la mer, située à 100^{km} et qui se heurtent à la première falaise avant les hauts plateaux du Massif central.

» J'étais seul, à 7^{h} du soir, assis confortablement sous une vérandah, et attendant l'orage libérateur qui amènerait un peu de fraîcheur. Étant ainsi dans les meilleures conditions pour observer, j'ai vu un trait de feu partir d'un nuage et se diriger sur un arbre remarquable situé sur une colline sise à 800^{m} en face du point où j'étais. *Cet éclair a persisté quelques secondes et, glissant sur cet éclair comme les boules d'un compteur à boules, six globes de feu sont descendus lentement, à un certain intervalle les uns des autres.* Chaque fois qu'un globe arrivait à fin de course, *et une seconde et demie après* — temps nécessaire à la propagation du son — éclatait un bruit comparable à un coup de canon, très violent, mais très sec. *J'ai entendu ainsi six détonations à intervalles réguliers.* Puis tout s'est arrêté *et la tringle de feu sur laquelle glissaient ces boules a disparu sans émettre aucun bruit particulier.* »

Cette belle observation prouve que la *tringle de feu* (filet) sur laquelle glissaient les boules du boulier lumineux leur était à la fois antérieure et postérieure. La décharge intense qui, dans le paragraphe 1, apparaissait comme *décharge d'épuisement* (parce que décharge *ultime*) est ici précédée et suivie de jaillissements faibles, grossièrement équidistants, dont la persistance sur la rétine donne la tringle de feu inclinée du boulier lumineux. Comme dans l'éclair en chapelet de Leyde, si bien observé par W. de Haas, les *boules*, *éclatant comme des coups de canon*, devaient être de fort diamètre. L'intervalle de 1 seconde et demie, mis par le son à parcourir la distance de l'arbre à l'observateur, montre que celle-ci était de l'ordre de 520 *m* et non de 800 *m*, en supposant une température de 40° C.

3. Voici une observation inédite du Dr Lely, professeur de physique au Gymnase de La Haye.

« J'ai vu l'éclair en chapelet en septembre 1928, le soir. J'étais dans le train d'Utrecht à La Haye, près de Gouda. Il y avait un orage formidable.... Une pluie torrentielle tombait; les éclairs, tous fulgurants, se succédaient sans cesse. Soudain, *je vis un éclair très large, tout à fait vertical sans aucune ramification.* L'éclair était, au commencement, *sans aucun étranglement; subitement, sur toute sa longueur, des perles se formaient, de même grandeur, liées entre elles par un mince filet. Les*

perles étaient oblongues..... Le phénomène a duré quelques secondes..... Je pense qu'il y avait quelques centaines de gouttes. Le nuage d'où sortait l'éclair... flottait à un niveau de quelques centaines de mètres; le diamètre vertical des gouttes doit avoir été quelque chose comme un mètre; la dimension transversale quelque chose comme un demi-mètre.

» Le phénomène a beaucoup d'analogie avec un filet d'eau qui se sépare en gouttes, phénomène que j'ai précisément étudié...; la dimension de la goutte d'eau est déterminée par le cylindre d'eau générateur quand la tension superficielle est en cause. Alors, *les parties du cylindre qui se transforment en gouttes ont une longueur égale à la circonférence du cylindre.*

» Si R est le rayon du cylindre et ρ le rayon de la goutte, on a

$$\pi R^2 \times 2\pi R = 2\pi^2 R^3 = \frac{4}{3}\pi\rho^3, \qquad R = \rho\sqrt[3]{\frac{2}{3\pi}}.$$

» La distance de deux gouttes est

$$d = 2\pi R = 2\pi\rho\sqrt[3]{\frac{2}{3\pi}}, \qquad d = 3,75\rho.$$

» *Cela peut être vérifié sur les photographies.* »

Si la théorie précédente s'appliquait à l'éclair en chapelet, on aurait

$$\frac{d}{\rho} = 3,75 = \text{const.}$$

Cela paraît en contradiction avec l'observation car, dans l'éclair en chapelet de Leyde, on avait

$$d = 1,75 \quad \text{(diamètre du Soleil)}; \qquad \rho = \frac{1}{22} \quad \text{(diamètre du Soleil)},$$

$$\frac{d}{\rho} = 1,75 \times 22 = 38,5.$$

M. **Ch. Fabry** fait hommage à l'Académie d'un fascicule contenant le *Troisième Rapport* de la Commission instituée par le Conseil international des Recherches pour *l'étude des relations entre les phénomènes solaires et terrestres*. Le rapport de cette Commission sur une série de questions de grande importance est une œuvre collective internationale, à laquelle plusieurs savants français ont apporté une importante contribution.

M. **G. E. Hale** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Signals from the Stars*.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **L. Lapicque** est élu Membre du *Conseil national des Recherches scientifiques et industrielles et des inventions* en remplacement de M. *G. Kœnigs* décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Ch. Audebeau Bey. *Les eaux souterraines de l'Égypte.*
2° Henri Colin. *Les Diastases.* Tome I. *Les Hydrolases.* (Présenté par M. Molliard.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur une transformation des congruences isotropes.* Note [1] de M. **P. Vincensini.**

J'ai indiqué [2] une construction permettant de déduire, de toute congruence isotrope, une surface minima distincte de l'enveloppée moyenne.

Je me propose de montrer, dans la Note actuelle, ce que je n'avais pas observé dans la précédente, que cette nouvelle surface minima est $\left(\text{à une homothétie de rapport } \frac{1}{2} \text{ près}\right)$ l'adjointe de l'enveloppée moyenne. En même temps j'indiquerai un procédé de transformation des congruences isotropes, très simple, et à ma connaissance nouveau, étroitement lié d'ailleurs à la déformation continue des surfaces minima.

On sait qu'à toute représentation isothermique de la sphère, on peut

(1) Séance du 30 novembre 1931.
(2) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 689.

faire correspondre une congruence isotrope par le procédé suivant : soit

$$d\sigma^2 = \lambda^2(du^2 + dv^2)$$

l'élément linéaire de la sphère (S) de centre O et de rayon 1.

Sur la tangente en M à (S) à la courbe $v = \text{const.}$, prenons $\overline{\text{MI}} = \lambda$. La perpendiculaire en I au plan tangent en M engendre une congruence isotrope ($\mathcal{C}$). Avec la courbe $u = \text{const.}$, on obtient une autre congruence isotrope, et les enveloppées moyennes des deux congruences sont deux surfaces minima *adjointes* [1].

Envisageons les trajectoires sous l'angle α des courbes (u) et (v); elles constituent elles aussi un système isotherme de (S).

L'élément linéaire relatif au nouveau système est

$$d\sigma^2 = \lambda_1^2(du_1^2 + dv_1^2),$$

où λ_1 a la même valeur que λ au point M.

Il résulte de là que, si l'on fait tourner chaque rayon de ($\mathcal{C}$) d'un angle constant arbitraire α autour de sa parallèle issue de O, *on transforme* ($\mathcal{C}$) *en une autre congruence isotrope.*

En faisant varier α, on obtient ∞^1 congruences ($\mathcal{C}_\alpha$) déduites de ($\mathcal{C}$). Toute congruence isotrope pouvant être déduite d'un système isotherme d'une sphère *quelconque*, on peut d'ailleurs considérer que le point O qui intervient dans la transformation ci-dessus est quelconque par rapport à ($\mathcal{C}$).

Un calcul simple donne pour la distance du point fixe O au plan central relatif à un rayon quelconque de ($\mathcal{C}_\alpha$) :

$$p = \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial u}\cos\alpha + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial v}\sin\alpha,$$

et pour la distance $2id$ des foyers

$$2id = 2i\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial u}\sin\alpha + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial v}\cos\alpha\right).$$

On constate que l'expression de p pour $\left(\mathcal{C}_{\frac{\pi}{2}}\right)$ est la même que celle de d pour ($\mathcal{C}$). Cela établit, comme je l'ai annoncé plus haut, que l'enveloppe du plan perpendiculaire à OM, dont la distance à O est le demi-module du segment focal de ($\mathcal{C}$), est l'adjointe de l'enveloppée moyenne de ($\mathcal{C}$).

---

(1) Voir Clapier, *Sur les surfaces minima ou élassoïdes* (*Thèse*, 1919, p. 21).

Soient $(\mathcal{M}_\alpha)$ l'enveloppée moyenne de $(\mathcal{C}_\alpha)$, $(\mathcal{M})$ celle de $(\mathcal{C})$. Si p_1, p_2 et p sont les distances de O aux plans tangents aux adjointes $(\mathcal{M})$, $\left(\mathcal{M}_{\frac{\pi}{2}}\right)$ et à $(\mathcal{M}_\alpha)$, on a

$$(1) \qquad p = p_1 \cos\alpha + p_2 \sin\alpha.$$

On déduit immédiatement de (1) que $(\mathcal{M}_\alpha)$ est une surface minima applicable sur $(\mathcal{M})$, *associée* à $(\mathcal{M})$, l'angle d'association étant α.

En résumé :

Étant donnés une congruence isotrope quelconque $(\mathcal{C})$ *et un point quelconque* O *de l'espace :*

1° *Si l'on fait tourner chaque rayon de* $(\mathcal{C})$ *de l'angle constant* α *autour de sa parallèle issue de* O, *on transforme* $(\mathcal{C})$ *en une autre congruence isotrope* $(\mathcal{C}_\alpha)$.

2° *Au cours de la transformation continue de* $(\mathcal{C})$ *en* $(\mathcal{C}_\alpha)$, *les enveloppées moyennes minima* $(\mathcal{M}_\alpha)$ *de* $(\mathcal{C}_\alpha)$ *donnent les* ∞^1 *surfaces minima associées à l'enveloppée moyenne* $(\mathcal{M})$ *de* $(\mathcal{C})$. *Pour* $\alpha = \frac{\pi}{2}$, *on a l'adjointe de* $(\mathcal{M})$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les courbes quadratiques*. Note [1] de M. **G. Tzitzéica**, présentée par M. Élie Cartan.

1. J'ai donné ailleurs [2] une classification des courbes quadratiques. En généralisant un théorème de M. E. Cartan, j'ai réussi à pousser cette classification beaucoup plus loin.

Voici les deux parties de ce théorème général :

a. Étant donnée, dans un espace projectif à n dimensions, une courbe spéciale de $p^{\text{ième}}$ espèce, on peut choisir le paramètre qui définit un point arbitraire sur la courbe et le facteur par lequel on peut multiplier les coordonnées homogènes de ce point, de manière que l'on ait

$$(x, x) = 0, \quad (x', x') = 0, \quad \ldots, \quad [x^{p}, x^{p}] = 0,$$
$$[x^{p+1}, x^{p+1}] = 1, \quad [x^{p+2}, x^{p+2}] = 0,$$

où

$$(x, x) = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_{n+1}^2$$

---

[1] Séance du 30 novembre 1931.

[2] *Introduction à la géométrie différentielle projective des courbes* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 47, 1931).

et

$$x^{(p)} = \frac{d^p x}{dt^p}.$$

Le paramètre initial t étant arbitraire, le paramètre θ qui répond à la question est déterminé par l'équation

$$\frac{\theta'''}{\theta'} - \frac{3}{2}\frac{\theta''^2}{\theta'^2} = \frac{3}{(p+1)(p+2)(2p+3)}[x^{(p+2)}, x^{(p+2)}];$$

il a donc le caractère projectif.

b. Quel que soit le paramètre projectif choisi, l'expression $[x^{(2p+3)}, x^{(2p+3)}]$ est un invariant relatif. Si cet invariant est nul, l'expression $[x^{(2p+4)}, x^{(2p+4)}]$ est aussi un invariant relatif, et ainsi de suite.

On peut donc classifier les courbes quadratiques à l'aide de ces invariants relatifs. On aura une première classe lorsqu'on a $[x^{(2p+3)}, x^{(2p+3)}] \neq 0$, une deuxième classe lorsque, l'invariant $[x^{(2p+3)}, x^{(2p+3)}]$ étant nul, on a

$$[x^{(2p+4)}, x^{(2p+4)}] \neq 0,$$

et ainsi de suite.

2. Les applications de ce théorème sont nombreuses et variées. Je me borne, pour le moment, à deux exemples particuliers dans deux ordres d'idées tout à fait différents.

Supposons $n = 5$, $p = 0$, c'est-à-dire les surfaces réglées non développables. On a les classes suivantes :

I. $(x''', x''') \neq 0$, ce sont les surfaces réglées générales;

II. $(x''', x''') = 0$, $(x^{\text{IV}}, x^{\text{IV}}) \neq 0$, ce sont les surfaces réglées à lignes flecnodales confondues;

III. $(x''', x''') = 0$, $(x^{\text{IV}}, x^{\text{IV}}) = 0$, ce sont les quadriques.

3. Prenons une courbe plane arbitraire C, décrite par le point $x(x_1, x_2, x_3)$, les x_i étant des fonctions d'un paramètre t. Posons

$$u_1 = \Delta^{-\frac{1}{3}}(x_2 x'_3 - x_3 x'_2), \qquad \Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x'_1 & x'_2 & x'_3 \\ x''_1 & x''_2 & x''_3 \end{vmatrix},$$

u_2 et u_3 ayant des expressions analogues; ce sont les coordonnées de la tangente à C en x, introduites par Study et Čech. Les u_i ne changent pas avec le paramètre et elles se reproduisent multipliées par le même facteur que les x_i. Les u_i et les x_i prises ensemble sont les coordonnées homogènes d'un point dans un espace à cinq dimensions. Comme on a

$$(ux) = u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 = 0,$$

on a dans cet espace une courbe quadratique. On peut donc choisir le paramètre de manière que l'on ait

$$(ux) = 0, \qquad (u'x') = 1, \qquad (u''x'') = 0.$$

Il est aisé de voir que l'on a aussi

$$(u'''x''') = 0.$$

On peut considérer cette courbe quadratique comme l'image d'une surface réglée de notre espace. La dernière relation prouve que cette surface a ses lignes flecnodales confondues et il n'est pas difficile de montrer qu'elles sont identiques à la courbe C. On arrive par cette voie et en partant d'une courbe plane quelconque aux surfaces S réglées que j'avais étudiées, lorsque la courbe C est à l'infini.

On peut appliquer la même méthode pour étudier une courbe arbitraire dans un espace projectif quelconque. A ce sujet j'espère donner bientôt des résultats plus précis.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la détermination des surfaces minima périodiques.* Note [1] de M. **F. Marty**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Une surface est dite *périodique* [2] s'il existe une translation non nulle qui l'amène en coïncidence avec elle-même. On sait qu'une surface minima est une surface de translation, les courbes génératrices étant minima. Or on a :

Lemme. — *Toute période d'une surface de translation est une somme de périodes des courbes génératrices.*

Soit alors à déterminer les courbes minima périodiques. Utilisons la représentation de Weierstrass :

$$x = \int_{u_0}^{u} (1 - u^2)\mathcal{F}(u)\,du,$$

$$y = \int_{u_0}^{u} i(1 + u^2)\mathcal{F}(u)\,du,$$

$$z = \int_{u_0}^{u} 2u\mathcal{F}(u)\,du.$$

---

[1] Séance du 30 novembre 1931.

[2] Darboux, *Leçons sur la théorie des surfaces*, 1.

A deux points déduits l'un de l'autre par une translation qui n'altère pas la courbe correspond la même direction de tangente, donc la même valeur du paramètre u. Donc l'une au moins des trois intégrales x, y, z est non nulle sur un circuit fermé : *la fonction $\mathcal{F}$ doit présenter des singularités*, et les périodes des courbes minima ne peuvent provenir que de périodes au sens de la théorie ordinaire de l'intégration.

La fonction $\int \mathcal{F}(u)\,du$ peut d'ailleurs ne pas présenter de périodes [on peut faire par exemple $\mathcal{F}(u) = u^{-2}$]. On constate aussi que la fonction $f(u)$, dont la fonction $\mathcal{F}(u)$ est la dérivée troisième et qui permet de définir sans quadratures une courbe minima, est telle que deux de ses déterminations diffèrent par un polynome du second degré en u.

2. Étudions les associées d'une surface minima périodique réelle. Soient

$$x = a_1 + ib_1, \quad y = a_2 + ib_2, \quad z = a_3 + ib_3$$

les projections d'une période de la première courbe minima génératrice. La deuxième courbe minima génératrice admet la période conjuguée, et la surface étudiée admet la période réelle $2a_1, 2a_2, 2a_3$.

Pour passer de la surface minima à une de ses associées, il faut multiplier les coordonnées des deux courbes minima génératrices par $e^{i\theta}$ (θ réel) et $e^{-i\theta}$, respectivement. On en tire de suite que l'associée possède une période égale à

$$x = 2(a_1 \cos\theta - b_1 \sin\theta), \qquad y = 2(a_2 \cos\theta - b_2 \sin\theta), \qquad z = 2(a_3 \cos\theta - b_3 \sin\theta).$$

D'où l'énoncé :

Théorème. — *Si une surface minima est périodique, toutes ses associées sont périodiques. A deux points séparés par une période réelle correspondent toujours deux points séparés par une période réelle. L'hodographe des périodes est alors une ellipse, qui ne passe par le centre que si les trois projections de la période de la courbe minima génératrice ont le même argument.*

Si la période réelle peut s'annuler, la surface réelle S_0 correspondante va présenter un tube, sur lequel il y aura un circuit fermé ne se réduisant pas à zéro par une déformation continue. Car le circuit fermé qui sur S_0 correspond à l'arc joignant sur une associée deux points séparés par une période a une longueur supérieure à cette période. C'est par exemple le cas de la caténoïde (associée à l'hélicoïde).

ANALYSE MATHÉMATIQUE — *Sur la condition nécessaire et suffisante pour l'univalence d'une fonction holomorphe dans un cercle.* Note [1] de M. **Georges Calugaréano.**

On a donné jusqu'à présent quelques conditions, les unes nécessaires et les autres suffisantes, pour l'univalence d'une fonction

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots \tag{1}$$

dans un cercle où elle est holomorphe; nous donnons plus bas la condition à la fois nécessaire et suffisante.

1. Supposons que $f(z)$ soit holomorphe dans un cercle Γ de rayon R, et soit univalente dans un cercle concentrique Γ_ν de rayon R_ν, appelé *cercle d'univalence. Il est nécessaire et suffisant, pour que cela soit vrai, que* $a_1 \neq 0$ *et que la fonction*

$$\psi(u, v) = \log\left[\frac{f(u) - f(v)}{u - v}\right] \tag{2}$$

soit holomorphe dans le cercle Γ_ν (lorsque $|u| < R_\nu$, $|v| < R_\nu$). En effet :

a. Si $f(z)$ est univalente dans Γ_ν, l'expression sous le signe log ne saurait être nulle dans Γ_ν, pas même lorsque $u = v$, car $f'(z) \neq 0$ pour $|z| < R_\nu$, en vertu de l'univalence [2] de $f(z)$. La fonction $f(z)$ étant holomorphe dans Γ_ν, il ne peut pas y avoir d'autre singularité pour $\psi(u, v)$ dans Γ_ν.

b. Si $\psi(u, v)$ est holomorphe dans Γ_ν, l'expression sous le signe log ne saurait être nulle dans Γ_ν, donc $f(u) \neq f(v)$ lorsque $u \neq v$, ce qui prouve que $f(z)$ est univalente dans Γ_ν.

2. De cette proposition nous allons déduire la condition nécessaire et suffisante pour les a_n ou, ce qui revient au même, la détermination du rayon d'univalence R_ν en fonction des a_n. On a

$$f(u) - f(v) = (u - v)[a_1 + a_2(u + v) + a_3(u^2 + uv + v^2) + a_4(u^3 + u^2 v + uv^2 + v^3) + \ldots];$$

donc

$$\psi(u, v) = \log[a_1 + a_2(u + v) + a_3(u^2 + uv + v^2) + \ldots] \tag{3}$$

$$= \log a_1 + (\alpha_{10} u + \alpha_{01} v) + \alpha_{20} u^2 + \alpha_{11} uv + \alpha_{02} v^2) + \ldots. \tag{3'}$$

---

[1] Séance du 30 novembre 1931.

[2] Voir D. Pompeiu, *Sur une propriété des fonctions holomorphes* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 794). Remarquons que l'auteur remplace, dans cette Note, le terme *univalente* par *monotone*.

Le développement du logarithme suivant les puissances de u et v peut être fait par analogie avec certains résultats obtenus pour le cas d'une seule variable [1]; on aura $\alpha_{p,q} = \alpha_{q,p}$ dans (3'). Nous n'entrerons pas ici dans les détails de ce calcul, nous contentant d'indiquer que les $\alpha_{p,q}$ s'expriment à l'aide de certains déterminants formés avec les a_n.

3. La série (3') doit être convergente pour $|u| < R_v$ et $|v| < R_v$. Nous appellerons *rayon principal de convergence* d'une série double telle que (3') la plus grande valeur de r, soit r_P, telle que (3') converge pour $|u| < r_P$, $|v| < r_P$. On aura donc $R_v = r_P$.

Remarquons que, si (3') converge pour $u = u_0$, $v = v_0$, elle converge absolument pour $|u| < |u_0|$, $|v| < |v_0|$. On a en effet

$$|\alpha_{p,q}\, u_0^p v_0^q| < M; \qquad \alpha_{p,q}\, u^p v^q = \alpha_{p,q}\, u_0^p v_0^q \left(\frac{u}{u_0}\right)^p \left(\frac{v}{v_0}\right)^q,$$

car les termes d'une série convergente sont bornés. Ceci montre que

$$\sum |\alpha_{p,q}\, u^p v^q| < M \sum \left|\frac{u}{u_0}\right|^p \left|\frac{v}{v_0}\right|^q.$$

Considérons maintenant

$$(4) \qquad \psi_1(r, r) = |\alpha_{00}| + (|\alpha_{10}| + |\alpha_{01}|)\, r + (|\alpha_{20}| + |\alpha_{11}| + \alpha_{02}|)\, r^2 + \ldots.$$

Si (4) converge, il en est de même de (3') pour $|u| < r$, $|v| < r$, ses termes étant respectivement inférieurs en module aux termes de (4).

Si (3') converge pour $u = \rho e^{i\theta}$, $v = \rho e^{i\sigma}$, il en est de même, d'après notre remarque préliminaire, de la série (4) pour $r = \rho - \varepsilon$, aussi petit que soit $\varepsilon > 0$. Il en résulte que le rayon principal de convergence r_P n'est autre que le rayon de convergence de (4). On a donc, comme $r_P = R_v$,

$$(5) \qquad \frac{1}{R_v} = \overline{\lim_{n \to \infty}} \sqrt[n]{|\alpha_{n,0}| + |\alpha_{n-1,1}| + \ldots + |\alpha_{1,n-1}| + |\alpha_{0,n}|}.$$

Cette expression nous donne le rayon d'univalence de $f(z)$ en fonction des a_n; il reste à voir si, peut-être, sa complexité n'est qu'apparente, et si des conditions plus simples ne peuvent s'en déduire [2].

---

(1) Voir J. Kampé de Fériet, *Sur le développement du logarithme d'une fonction* (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, 48, 1928, p. 26).

(2) Nous montrerons, dans un Mémoire qui paraîtra prochainement, que l'on peut établir, par une voie différente et moins simple, une infinité de conditions nécessaires et suffisantes pour l'univalence de $f(z)$. Elles sont probablement contenues dans (5).

Il est donc nécessaire et suffisant, pour qu'une fonction holomorphe dans le cercle-unité soit univalente dans ce cercle, d'avoir

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\sqrt[n]{|\alpha_{n,0}|+|\alpha_{n-1,1}|+\ldots+|\alpha_{1,n-1}|+|\alpha_{0,n}|}\leq 1.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions harmoniques et sous-harmoniques d'ordre p.* Note de M. **Miron Nicolesco**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit $u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ une fonction du point $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de l'espace à n dimensions. Posons, comme d'habitude,

$$\Delta^0=1,\qquad \Delta^1=\Delta=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2},\qquad \Delta^p=\Delta(\Delta^{p-1})\qquad (p=2, 3, \ldots).$$

Nous introduirons la suite des moyennes $\mu_0(u;\rho)$, $\mu_1(u;\rho)$, ..., définie par la relation de récurrence

$$\mu_p(u;\rho)=\frac{n}{\rho^n}\int_0^\rho \rho^{n-1}\mu_{p-1}(u;\rho)\,d\rho\qquad (p=1, 2, \ldots),$$

où $\mu_0(u;\rho)$ est la moyenne périphérique de $u(P)$ dans une hypersphère de centre P et de rayon ρ. Désignons par $V\left(1, \frac{n}{n+2}, \ldots, \frac{n}{n+2p-2}\right)$ le déterminant de Vandermonde de quantités écrites entre parenthèses et posons aussi

$$V\left(\mu, \frac{n}{n+2}, \ldots, \frac{n}{n+2p-2}\right)=\begin{vmatrix}\mu_0 & 1 & \ldots & 1\\ \mu_1 & \frac{n}{n+2} & \ldots & \frac{n}{n+2p-2}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \mu_{p-1} & \frac{n^{p-1}}{(n+2)^{p-1}} & \ldots & \frac{n^{p-1}}{(n+2p-2)^{p-1}}\end{vmatrix}.$$

Nous dirons qu'une fonction $u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, sommable dans un domaine D de l'espace à n dimensions, est *sous-harmonique d'ordre p* dans ce domaine, si, à tout point P de D, on peut faire correspondre un nombre positif ρ_P tel que l'on ait

$$(1)\qquad u(P)\leq\frac{V\left(\mu, \frac{n}{n+2}, \ldots, \frac{n}{n+2p-2}\right)}{V\left(1, \frac{n}{n+2}, \ldots, \frac{n}{n+2p-2}\right)},$$

pour $\rho < \rho_p$. Si l'inégalité contraire a lieu, la fonction sera appelée *sur-harmonique d'ordre p*. On peut démontrer le théorème suivant :

Si la fonction $u(\mathrm{P})$, *sous-harmonique d'ordre p dans le domaine* D, *possède des dérivées partielles continues jusqu'à l'ordre* $2p$ *inclusivement, on aura dans ce domaine*

$$(2) \qquad (-1)^p \Delta^p u \leqq 0.$$

Réciproquement, l'inégalité (2) *entraîne l'inégalité* (1).

2. Appelons cylindre circulaire vertical dans l'espace (x, y, z), tout cylindre circulaire de génératrices parallèles à l'axe des z. Le cylindre sera supposé limité par deux sections droites et le milieu du segment joignant les centres des deux cercles de base sera appelé centre du cylindre. On entendra par *moyenne* d'une fonction $u(x, y, z)$ dans ce cylindre l'une quelconque des quantités suivantes : moyenne des valeurs de $u(x, y, z)$: 1° sur les deux circonférences de base ; 2° sur la surface latérale du cylindre ; 3° sur les deux cercles de base ; 4° dans tout le cylindre. On a alors les théorèmes suivants :

I. *Si une fonction* $u(x, y, z)$, *sommable dans un domaine* D, *est invariante, en chaque point* (x, y, z) *de ce domaine, par médiation dans tout cylindre circulaire vertical, de centre* (x, y, z) *et intérieur à* D, *cette fonction est nécessairement de la forme*

$$u(x, y, z) = h(x, y)z + k(x, y),$$

où $h(x, y)$ *et* $k(x, y)$ *sont harmoniques.*

II. *Si la moyenne d'une fonction* $u(x, y, z)$, *admettant des dérivées partielles jusqu'à l'ordre* $2p-2$, *dans un cylindre vertical de rayon* ρ *et de hauteur* $2\rho'$ *est, en chaque point, un polynome de degré* $2p-2$ *en* ρ *et* ρ', *la fonction* $u(x, y, z)$ *est nécessairement de la forme*

$$u(x, y, z) = \sum_{i=1}^{p} [h_i(x, y)z + k_i(x, y)]z^{2(p-i)},$$

où $h_i(x, y)$ *et* $k_i(x, y)$ *sont des fonctions harmoniques d'ordre* i, *arbitraires.*

Les réciproques de ces deux théorèmes sont exactes.

III. *Supposons que les valeurs d'une fonction* $u(x, y, z)$, *continue dans un domaine* D, *coïncident, sur la frontière de ce domaine, avec les valeurs d'une fonction* $\mathrm{U}(x, y, z)$ *de la forme*

$$\mathrm{U}(x, y, z) = h(x, y)z + k(x, y),$$

où $h(x, y)$ et $k(x, y)$ sont harmoniques. Si la valeur de $u(x, y, z)$ est, en chaque point intérieur, égale à la moyenne des valeurs dans un SEUL *cylindre circulaire vertical centré en ce point, les fonctions u et U coïncident dans tout le domaine D.*

Toutes ces propositions s'étendent à l'espace à n dimensions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques équations aux dérivées partielles.* Note [1] de M. **Jacques Devisme**, présentée par M. Élie Cartan.

Prenons encore le cas particulier de l'équation $\Delta_3 U = 0$ [2], et posons, en utilisant les notations de M. P. Humbert,

$$\Delta_3 U = \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial z^3} - \frac{3\partial^3 U}{\partial x\,\partial y\,\partial z},$$
$$p = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz,$$
$$ds^3 = dx^3 + dy^3 + dz^3 - 3\,dx\,dy\,dz.$$

On montre facilement que le changement de variables le plus général

$$X = X(x, y, z), \quad Y = Y(x, y, z), \quad Z = Z(x, y, z),$$

tel que l'on ait

$$dS^3 = dX^3 + dY^3 + dZ^3 - 3\,dX\,dY\,dZ = \lambda(x, y, z)\,ds^3,$$

est solution de l'un des systèmes

$$\text{I}\begin{cases} \dfrac{\partial X}{\partial x} = \dfrac{\partial Y}{\partial y} = \dfrac{\partial Z}{\partial z}, \\[2mm] \dfrac{\partial X}{\partial y} = \dfrac{\partial Y}{\partial z} = \dfrac{\partial Z}{\partial x}, \\[2mm] \dfrac{\partial X}{\partial z} = \dfrac{\partial Y}{\partial x} = \dfrac{\partial Z}{\partial y}, \end{cases} \qquad \text{II}\begin{cases} \dfrac{\partial X}{\partial x} = \dfrac{\partial Z}{\partial y} = \dfrac{\partial Y}{\partial z}, \\[2mm] \dfrac{\partial X}{\partial y} = \dfrac{\partial Z}{\partial z} = \dfrac{\partial Y}{\partial x}, \\[2mm] \dfrac{\partial X}{\partial z} = \dfrac{\partial Z}{\partial x} = \dfrac{\partial Y}{\partial y} \end{cases}$$

(ou de l'un de ceux que l'on obtient en multipliant les colonnes respectivement par $1, j, j^2$ ou $1, j^2, j$) et réciproquement.

On a, en même temps, les relations

$$\mathbf{S}\, dX[\partial X^2 - \partial Y\,\partial Z] = \lambda(x, y, z)\,\mathbf{S}\, dx[\partial x^2 - \partial y\,\partial z],$$
$$\mathbf{S}\, dX[2\,\partial X\,\delta X - \partial Y\,\delta Z - \partial Z\,\delta Y] = \lambda(x, y, z)\,\mathbf{S}\, dx[2\,\partial x\,\delta x - \partial y\,\delta z - \partial z\,\delta y],$$

---

(1) Séance du 30 novembre 1931.

(2) Nous reprenons nos notations des précédentes Notes (*Comptes rendus*, 193, 1931, p. 825 et 981).

avec

$$\lambda(x, y, z) = \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)^3 + \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)^3 + \left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)^3 - 3\frac{\partial X}{\partial x}\frac{\partial X}{\partial y}\frac{\partial X}{\partial z}.$$

On trouve d'autre part que [1]

$$\frac{\partial^3 U}{\partial X^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial Y^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial Z^3} - \frac{3\partial^3 U}{\partial X\,\partial Y\,\partial Z} = \frac{1}{\lambda(x, y, z)}\left[\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 U}{\partial z^3} - \frac{3\partial^3 U}{\partial x\,\partial y\,\partial z}\right].$$

On déduit facilement de tout cela que les fonctions $U(x, y, z)$ et $V(x, y, z) = U(X, Y, Z)$ sont en même temps intégrales de l'équation $\Delta_3 U = 0$ et que tout monome en X, Y, Z de degré inférieur ou égal à 3 et ne figurant pas parmi les monomes constituant p est une intégrale de l'équation considérée. Ces résultats généralisent ceux obtenus d'autre part par M. D. V. Jonesco et par moi-même [2].

Remarques. — I. Le système I déjà considéré par Appell (*Comptes rendus*, 84, 1877, p. 540) peut être obtenu en généralisant le raisonnement de Cauchy sur les fonctions analytiques, à condition d'identifier les termes en j, j^2 et $j^3 = 1$ séparément. Il reparaît dans certains problèmes relatifs aux invariants intégraux (cf. Th. De Donder, *Théorie des Invariants intégraux*, système 66, où l'on fait $\nu = 3$).

II. Les changements de variables trouvés généralisent les transformations conformes. En étendant les résultats déjà énoncés par Appell (*loc. cit.*), on voit que les surfaces X = const., Y = const., Z = const. forment un système tel qu'en chaque point le trièdre des plans tangents ait ses arêtes également inclinées sur la parallèle à la droite $x = y = z$ passant par son sommet. La même propriété appartient aux familles de surfaces ρ = const., θ = const., φ = const. (où ρ, θ, φ généralisent les fonctions module et argument).

Cette dernière remarque incite à faire le changement de variables

$$x = \rho P(\theta, \varphi), \qquad y = \rho Q(\theta, \varphi), \qquad z = \rho R(\theta, \varphi),$$

où P, Q, R sont les fonctions d'Appell. Un calcul simple nous fournit

$$ds^3 = d\rho^3 + \rho^3 d\theta^3 + \rho^3 d\varphi^3 - 3\rho^2 d\rho\, d\theta\, d\varphi,$$

---

(1) M. P. Humbert m'avait précédemment communiqué ce résultat pour le système I.

(2) Cf. M. D. V. Jonesco, *Sur une équation aux dérivées partielles du troisième ordre* (*Société mathématique de France*, 58, 1930, p. 224), ainsi que ma communication à la même Société, séance du 24 juin 1931, prochain fascicule à paraître.

formule qui généralise visiblement l'expression du ds^2 plan en coordonnées polaires.

III. Parmi les diverses transformations considérées, celle étudiée par M. D. V. Jonesco (*loc. cit.*),

$$X = \frac{k(x^2 - yz)}{p}, \qquad Y = \frac{k(y^2 - zx)}{p}, \qquad Z = \frac{k(z^2 - xy)}{p},$$

généralise plus particulièrement l'inversion. Dans ce cas le facteur $\lambda(x, y, z)$ est égal à $-\frac{k^3}{p^2}$. Si M(X, Y, Z), $m(x, y, z)$ sont les points figuratifs, on trouve que, lorsque m décrit la surface σ d'équation $p = c$, M décrit la surface Σ d'équation $p = \frac{k}{c}$ et que d'une façon générale $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{Om} = k$.

Si m décrit une asymptotique de la surface σ, M décrit aussi une asymptotique de la surface Σ.

Signalons aussi que OM est parallèle à la normale en m à la surface σ et que Om est la seconde polaire du plan tangent en m par rapport au cône $ds^3 = 0$ ayant ce point pour sommet.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Application de quelques théorèmes d'inversion à la sommabilité exponentielle*. Note [1] de M. **J. Karamata**, présentée par M. Émile Borel.

La série $s_n = \sum_{\nu=0}^{n} u_\nu$ est dite sommable-B, avec la somme généralisée s, toutes les fois que $s(t)$ est une fonction entière et que

$$(1) \qquad e^{-t}s(t) = e^{-t}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{s_\nu}{\nu!}t^\nu \to s = \text{B} - \sum_{\nu=0}^{\infty} u_\nu,$$

lorsque $t \to \infty$.

M. Borel, dans ses *Leçons sur les séries divergentes* (Paris, 1928), exprime cette méthode de sommabilité par la formule intégrale suivante :

$$\text{B} - \sum_{\nu=0}^{\infty} u_\nu = \int_0^\infty e^{-t}u(t)\,dt \qquad \text{(intégrale de Borel)},$$

(1) Séance du 23 novembre 1931.

$u(t)$ étant la fonction entière $\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{u_\nu}{\nu!} t^\nu$, associée à la série $\sum_{\nu=0}^{\infty} u_\nu$. Dans ce même ouvrage il montre que (1) entraîne toujours

$$\lim_{T=\infty} \int_0^T e^{-t} u(t)\,dt = s, \tag{2}$$

et que, inversement, de (2) il ne résulte (1) que lorsque

$$e^{-t} u(t) \to 0 \quad \text{avec} \quad 1/t \quad [1]. \tag{3}$$

Quoique cette condition (3) soit nécessaire et suffisante pour que la sommabilité par l'intégrale de Borel entraîne la sommabilité B, on peut néanmoins la remplacer par une plus générale permettant, en particulier, d'en tirer d'autres conditions se rapportant directement aux termes de la série considérée. Ces conditions résultent du théorème suivant [2] :

$f(t)$ étant continu dans $(0, \infty)$, *de l'existence de l'intégrale*

$$\int_0^T f(t)\,dt \to s, \qquad T \to \infty,$$

il résulte que

$$f(t) \to 0, \qquad t \to \infty$$

toutes les fois que

$$\varliminf_{t=\infty} \{ f(t') - f(t) \} \geqq -w(h) \to 0 \quad (\textit{avec } h, \textit{ pour tout } t' \textit{ tel que } t \leqq t' \leqq t+h).$$

(*En particulier, si $f(t)$ possède une dérivée, on en tire la condition*

$$c f(t) + f'(t) \geqq -M,$$

c et M_0 étant indépendants de t.)

En y posant $f(t) = e^{-t} u(t)$, l'on conclut que (2) entraîne (3) toutes les fois que $u(t)$ satisfait à la condition suivante :

$$\varliminf_{t=\infty} \{ e^{-t'} u(t') - e^{-t} u(t) \} \geqq -w(h) \to 0 \quad (\textit{avec } h \textit{ et pour tout } t \leqq t' \leqq t+h). \tag{4}$$

---

(1) Voir à ce sujet la première édition (1901) de l'ouvrage cité plus haut, G. H. HARDY, *The quarterly Journ. of Math.*, 35, 1903, p. 22-26 et O. PERRON, *Mathematische Zeitschrift*, 6, 1920, p. 158–160.

(2) La démonstration de ce théorème paraîtra dans un autre Recueil. Ce même théorème est d'ailleurs en partie une généralisation d'une proposition due à M. E. Landau (*Neuere Ergebnisse der Funktionentheorie*, 1929), mais écrite sous une autre forme.

De cette condition, qui contient la condition (3) mais n'y est pas contenue, on en tire les conditions suivantes, de plus en plus particulières :

$$C\,u(t)+u'(t) \geqq -\mathrm{M}e^{t} \quad (\textit{pour tout } t); \qquad C\,u_{n-1}+u_n \geqq -\mathrm{M} \quad (\textit{pour tout } n,\ \mathrm{M}>0);$$
$$u_n \geqq -\mathrm{M}, \qquad u_n-u_{n-1} \geqq -\mathrm{M} \quad (\textit{pour tout } n,\ \mathrm{M}>0).$$

On peut encore remplacer la condition (4) par la suivante :

(5) $$\varliminf_{t=\infty} e^{-t}\{u(t')-u(t)\} \geqq -w(h) \to 0 \quad (\textit{avec } h \textit{ et pour tout } t \leqq t' \leqq t+h),$$

qui se déduit du théorème suivant ([1]) :

$f(t)$ et $a(t)$ étant continus dans $(0, \infty)$, $a(t)$ étant en outre non décroissant et tel que $a(t) \to \infty$, avec t; alors, de la relation

$$\int_0^{\mathrm{T}} f(t)\,d\{a(t)\} \sim s\,a(\mathrm{T}), \qquad \mathrm{T} \to \infty,$$

il résulte que

$$f(t) \to s, \qquad t \to \infty$$

toutes les fois que la fonction $f(t)$ satisfait à la condition

(6) $$\varliminf_{t=\infty} \{f(t')-f(t)\} \geqq -w(h) \to 0 \quad [\textit{avec } h \textit{ et pour tout } t \leqq t' \leqq \mathrm{T}(h, t)],$$

où $\mathrm{T}(h, t)=\mathrm{T}$ est donné par la relation

$$a(\mathrm{T})=(1+h)\,a(t), \qquad h>0.$$

Car, en y posant

$$a(t)=e^t, \qquad f(t)=\mathrm{I}(t)=u(0)+\int_0^t e^{-\tau}u'(\tau)\,d\tau,$$

et en l'appliquant à la relation (2) mise sous la forme

$$e^t\mathrm{I}(t)\,dt \sim s\,e^{\mathrm{T}}, \qquad \mathrm{T} \to \infty,$$

on en tire, moyennant la relation

$$e^{-t}u(t)=\mathrm{I}(t)-\int_0^t e^{-\tau}u(\tau)\,d\tau,$$

que $e^{-t}u(t) \to 0$ toutes les fois que la fonction $\mathrm{I}(t)$ satisfait à la condition (6),

---

([1]) La démonstration de ce théorème paraîtra dans un autre Recueil, où j'ai exposé un théorème plus général contenant complètement la proposition citée de M. E. Landau.

qui est dans ce cas de la forme

$$\varliminf_{t=\infty} \int_t^{t'} e^{-\tau} u'(\tau)\, d\tau \geqq -w(h) \to 0 \qquad (\textit{avec } h \textit{ et pour tout } t \leqq t' \leqq t+h),$$

et se réduit à (5) par l'application du second théorème de la moyenne.

Remarquons enfin que les mêmes conditions se présentent lorsqu'on veut conclure la sommabilité de $\sum_{\nu=1}^{\infty} u_\nu$ de celle de $\sum_{\nu=0}^{\infty} u_\nu$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la convergence de la série conjuguée d'une série de Fourier.* Note de M. **B. N. Prasad**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit

$$\text{(1.1)} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos nx - a_n \sin nx)$$

la série conjuguée de la série de Fourier

$$\text{(1.2)} \qquad \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

associée à la fonction $f(x)$ intégrable (L) et périodique. La fonction conjuguée associée avec la série (1.1) est

$$\text{(1.3)} \qquad g(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \{ f(x+t) - f(x-t) \} \cot \frac{1}{2} t \, dt,$$

dans laquelle l'intégrale est une intégrale généralisée au sens de Cauchy. La manière classique de traiter le problème de la convergence ou généralement de la sommabilité $(c, 1)$ de la série conjuguée a été de prendre $g(x)$ *a priori* comme la fonction-somme et ensuite d'imposer des conditions convenables et additionnelles pour assurer la convergence et la sommabilité [1]. Une telle sorte d'investigation de la série cesse d'être applicable en un point de non-existence de l'intégrale $g(x)$. Je formule comme une fonction conjuguée

---

[1] Cf. A. Pringsheim, *Müchner Sitzungsberichte*, 30, 1900, p. 37-100 (79-100). W.-H. Young, *ibid.*, 41, 1911, p. 361-371; *Proc. London Math. Soc.*, (2), 10, 1912, p. 254-272.

généralisée

$$(1.4)\qquad G(x) = \frac{1}{4\pi}\int_0^\pi \Psi(t)\,\text{coséc}^2\frac{t}{2}\,dt,$$

où

$$\psi(t) = f(x+t) - f(x-t),\qquad \Psi(t) = \int_0^t \psi(u)\,du.$$

Or, en outre des nouveaux théorèmes que j'ai obtenus pour la convergence, la sommabilité $(c, 1)$ et la sommabilité abélienne de la série conjuguée, je constate que les anciens théorèmes continuent d'être vrais si nous y remplaçons $g(x)$ par $G(x)$. Puisque la convergence de l'intégrale $g(x)$ entraîne nécessairement celle de l'intégrale $G(x)$, mais non pas inversement, le domaine de l'applicabilité des divers théorèmes a été ainsi élargi.

2. Théorème I. — *Si l'intégrale* (1.4) *existe au moins comme une intégrale convergeant non absolument, la série conjuguée convergera à* $G(x)$, *pourvu que*

$$(2.1)\qquad \lim_{n\to\infty}\int_p^\pi \frac{\psi(t)}{t}\cos nt\,dt$$

est zéro, où $p = \dfrac{4m+1}{n}\,\dfrac{\pi}{2}$, *m étant n'importe quel entier positif* [1].

Nous avons la $n^{\text{ième}}$ somme partielle de la série conjuguée

$$\begin{aligned}
S_n &= \sum_{n=1}^{n}(b_n\cos nx - a_n\sin nx)\\
&= \frac{1}{2\pi}\int_p^\pi \psi(t)\cot\frac{t}{2}\,dt + \frac{1}{2\pi}\int_0^p \psi(t)\cot\frac{t}{2}(1-\cos nt)\,dt\\
&\quad - \frac{1}{2\pi}\int_p^\pi \psi(t)\cot\frac{t}{2}\cos nt\,dt + o(1)\\
&= \frac{1}{4\pi}\int_p^\pi \psi(t)\,\text{coséc}^2\frac{t}{2}\,dt - \frac{1}{4\pi}\int_0^p \psi(t)\,\text{coséc}^2\frac{t}{2}\cos nt\,dt\\
&\quad - \frac{n}{2\pi}\int_0^p \Psi(t)\cot\frac{t}{2}\sin nt\,dt - \frac{1}{2\pi}\int_p^\pi \Psi(t)\cot\frac{t}{2}\cos nt\,dt + o(1)\\
&= I_1 - I_2 - I_3 - I_4 + o(1).
\end{aligned}$$

---

[1] Si, dans l'énoncé de ce théorème, nous remplaçons $G(x)$ par $g(x)$, il devient le théorème classique de Pringsheim (cf. Pringsheim, *ibid.*, p. 87).

On peut démontrer que chacun des I_2 et I_3 est $o(1)$, et

$$I_1 = \frac{1}{\pi}\int_p^{\pi} \frac{\psi(t)}{t}\cos nt\, dt + o(1).$$

Donc on obtient

$$S_n - \frac{1}{4\pi}\int_p^{\pi} \psi(t)\,\text{coséc}^2\frac{t}{2}\,dt = -\frac{1}{\pi}\int_p^{\pi}\frac{\psi(t)}{t}\cos nt\, dt + o(1),$$

d'où suit le théorème.

3. Afin de découvrir des critériums simples pour la convergence de la série conjuguée, il nous faut trouver des conditions convenables sous lesquelles (2.1) est zéro. Nous établissons le théorème suivant :

Théorème II. — *Si l'intégrale* (1.4) *existe au moins comme une intégrale convergeant non absolument, la série conjuguée convergera à* $G(x)$, *pourvu que*

$$\psi(t) = \frac{1}{t}\int_0^t h(t)\,dt,$$

où

$$\int_0^t h(t)\,dt = O(t).$$

D'après le théorème de Riemann-Lebesgue,

$$\int_{\delta}^{\pi}\frac{\psi(t)}{t}\cos nt\, dt = O(1),$$

où $p < \delta < \pi$. Or,

$$\int_p^{\delta}\psi(t)\,\frac{\cos nt}{t}\,dt = \int_p^{\delta} t\psi(t)\,\frac{d}{dt}\,q_n(t)\,dt,$$

où

$$q_n(t) = \left[\frac{\sin nt}{nt^2}\right]_t^{\delta} + 2\int_t^{\delta}\frac{\sin nt}{nt^3}\,dt.$$

Pour des valeurs de n suffisamment grandes, $|q_n(t)| < \frac{2}{nt^2}$. Nous avons

$$\int_p^{\delta}\psi(t)\,\frac{\cos nt}{t}\,dt = [t\psi(t)q_n(t)]_p^{\delta} - \int_p^{\delta} h(t)\,q_n(t)\,dt.$$

Alors $[t\psi(t)q_n(t)]_p^{\delta}$ est $o(1)$, et

$$\int_p^{\delta} h(t)\,q_n(t)\,dt = \left[\frac{2}{nt^2}\int_0^t h(t)\,dt\right]_p^{\delta} + \int_p^{\delta}\left\{\frac{2}{nt^2}\int_0^t h(t)\,dt\right\}dt.$$

On peut démontrer que chacun des termes à la droite ci-dessus est $o(1)$; par conséquent

$$\int_p^{\pi} \frac{\psi(t)}{t} \cos nt \, dt = o(1),$$

et le théorème est démontré.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur une méthode de M. Riabouchinsky ayant pour but de résoudre le problème de Dirichlet, en vue du calcul du potentiel des vitesses.* Note de M. **Florin Vasilesco.**

Dans une Communication faite au Congrès de Mécanique appliquée de Stockholm ([1]), M. Riabouchinsky est revenu sur une méthode qu'il avait imaginée au cours de ses recherches sur les cavitations et qui tend à *calculer le potentiel des vitesses au moyen des conditions initiales.*

Voici comment M. Riabouchinsky s'est posé le problème. Soit Σ_1 une surface portant des données continues $U(M_1)$, M_1 étant un de ses points. On demande de calculer le potentiel $\varphi(P)$ se réduisant à ces données sur la surface, au moyen de potentiels pouvant être calculés pour une surface plus simple Σ_0 (par exemple une sphère) à laquelle Σ_1 peut se réduire par une déformation continue, chaque point M_1 suivant une trajectoire qui le mène à son point correspondant M_0 de Σ_0, tout en restant dans le domaine compris entre Σ_0 et Σ_1. Ces trajectoires sont supposées remplir ce domaine, ne se couper jamais et varier d'une façon continue. Si $f(M_0)$ est la longueur d'une telle trajectoire, considérons la surface $\Sigma_t[r = t.f(M_0)]$, r étant mesuré sur la trajectoire, de M_0 à M_t, et t variant de zéro à l'unité. Les domaines extérieurs aux Σ_t étant supposés réguliers ([2]) et $\varphi(P, t)$ désignant le potentiel se réduisant aux valeurs $U(M_t) = U(M_1)$ sur Σ_t, M. Riabouchinsky se propose d'exprimer ce potentiel par un développement de Mac Laurin.

$$(1) \quad \varphi(P, t) = \varphi_0(P) + \frac{t}{1}\varphi_1(P) + \frac{t^2}{2!}\varphi_2(P) + \ldots \quad \left[\varphi_0 = \varphi(P, 0), \ \varphi_1 = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{t=0}, \ \ldots\right]$$

et indique (*loc. cit.*) le moyen pratique de calculer les coefficients de cette

---

([1]) *Comptes rendus du IIIe Congrès international de Mécanique appliquée* (Stockholm, 1930), 1, p. 150.

([2]) C'est-à-dire pour lesquels le problème de Dirichlet est soluble, quelles que soient les valeurs continues données sur leurs frontières.

série. Dans quelques cas simples, on vérifie directement que ce développement est valable.

Supposons que les fonctions harmoniques $\varphi_i(P)$ existent à l'extérieur de Σ_0, qu'elles prennent sur cette surface des valeurs continues, ainsi que leurs dérivées suivant les trajectoires et que le développement ci-dessus a lieu. Le moyen de calcul indiqué par M. Riabouchinsky consiste à remplacer P par M_t, à dériver par rapport à t et à faire tendre t vers zéro. Le premier membre étant indépendant de t, cela permet de calculer les valeurs φ_1^0 prises par la fonction harmonique $\varphi_1(P)$ sur Σ_0, donc de connaître cette fonction. La répétition de ce procédé donne de proche en proche les coefficients.

En prenant directement la $p^{\text{ième}}$ dérivée, on obtient

$$o = \sum_0^\infty \left\{ \frac{\partial^p \varphi_n}{\partial r^p} f^p \frac{t^n}{n!} + C_p^1 \frac{\partial^{p-1}\varphi_n}{\partial r^{p-1}} f^{p-1} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} + \ldots + \varphi_n \frac{t^{n-p}}{(n-p)!} \right\},$$

d'où l'on tire, pour $t = o$,

$$(2) \qquad -\varphi_p^0 = \frac{\partial^p \varphi_0^0}{\partial r^p} f^p + C_p^1 \frac{\partial^{p-1}\varphi_1^0}{\partial r^{p-1}} f^{p-1} + \ldots + C_p^{p-1} \frac{\partial \varphi_{p-1}^0}{\partial r} f,$$

l'indice supérieur zéro indiquant la limite suivant la trajectoire, ou la dérivée à la surface Σ_0 suivant la trajectoire.

La méthode qui nous occupe étant surtout une méthode de calcul, nous sommes ramenés à étudier les questions suivantes :

I. Dans quels cas les φ_p^0 existent.

II. Calculer leurs valeurs en fonction des données initiales qui sont les fonctions $U(M_0) = U(M_1)$ et $f(M_1)$.

III. Sous quelles conditions la série (1) a un rayon de convergence supérieur à l'unité.

IV. Vérifier si $\varphi(P, t)$ prend bien les valeurs $U(M_1)$ sur Σ_1.

Dans ce qui suit nous étudierons les questions I, II et IV en nous plaçant dans le cas d'une surface Σ_1 étoilée, Σ_0 étant une sphère de rayon unité et les trajectoires, des rayons vecteurs issus du centre. Soient OM_0 un rayon fixe, M un point variable sur la sphère, γ l'arc de grand cercle M_0M, θ l'angle du plan M_0OM avec celui d'un méridien fixe passant par M_0 et $U(\gamma, \theta)$ une fonction donnée sur la sphère.

En s'appuyant sur le fait que :

Une fonction harmonique prenant sur Σ_0 des valeurs de la forme

$$\lambda_1(\gamma).U'_\gamma(o, \theta) + \lambda_2(\gamma).U'_\gamma(\pi, \theta) = H(\gamma, \theta),$$

H *ayant une valeur unique en* M_0 *et au point opposé, est nulle sur tout le rayon* OM_0 *à l'extérieur de* Σ_0,

on trouve pour la *dérivée normale* $\frac{\partial F^0[U]}{\partial \rho}$ *en* M_0, *de la fonction harmonique prenant sur* Σ_0 *les valeurs* $U(\gamma, \theta)$, l'expression suivante :

$$(3) \qquad \frac{\partial F^0(U)}{\partial \rho} = -\frac{U(0) + U(\pi)}{2} - \frac{1}{4\pi}\int_0^\pi \frac{d\gamma}{\sin\frac{\gamma}{2}}\int_0^{2\pi} U'_\gamma(\gamma, \theta)\, d\theta.$$

Au voisinage de $\gamma = 0$, on a

$$U'_\gamma(\gamma, \theta) = U'_\gamma(0, \theta) + \gamma U''_\gamma(\alpha\gamma, \theta) \quad (0 < \alpha < 1)$$

et la double intégrale reste finie.

La dérivée normale sur la sphère existe donc et est donnée par la formule (3) *pourvu que* $U(M_0)$ *ait des dérivées continues du premier et du second ordre par rapport à tout arc de grand cercle.*

On trouve les dérivées d'ordre supérieur à l'aide de la formule de récurrence

$$\frac{\partial^{k+1} F^0(U)}{\partial \rho^{k+1}} = \frac{\partial}{\partial \rho}\left[\frac{\partial^k F^0(U)}{\partial \rho^k}\right] - k\frac{\partial^k F^0(U)}{\partial \rho^k}.$$

Les dérivées normales sur la sphère existent et sont dérivables sur les arcs de grand cercle pourvu que la fonction $U(M_0)$ *ait des dérivées de tous ordres.*

En supposant donc aussi $f(M_0)$ *indéfiniment dérivable*, nous avons répondu aux questions I et II. La vérification de IV se fait dans l'hypothèse que III a lieu, car les séries

$$(-1)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m+1}{4\pi}(m+1)\ldots(m+n)\int_0^\pi d\gamma' \int_0^{2\pi} P_m(\cos\gamma)\, \varphi_p^0 \sin\gamma'\, d\theta'$$

sont convergentes et ont pour somme $\frac{\partial^n \varphi_p^0}{\partial \rho^n}$.

HYDRODYNAMIQUE. — *Mouvement lent d'un fluide visqueux à deux dimensions limité par des parois fixes.* Note de M. **J. Leray**.

Nous avons étudié le premier problème aux limites, relatif au système

$$(1)\qquad \begin{cases} \nu\,\Delta u - \dfrac{\partial u}{\partial t} - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad \nu\,\Delta v - \dfrac{\partial v}{\partial t} - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0; \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0. \end{cases}$$

1. *Cas où le domaine est l'extérieur du cercle* $x^2+y^2=a^2$. — Nous nous restreignons, ce qui est sans inconvénient, au cas où sont nulles les moyennes, prises le long de ce cercle, des composantes u, v et des composantes, normale et tangentielle, du vecteur donné. Nous définissons deux fonctions l et m par les conditions d'avoir respectivement les mêmes valeurs frontières que u et v et de satisfaire l'équation de la chaleur $\left(\nu\,\Delta l - \dfrac{\partial l}{\partial t} = 0\right)$.

Soient

$$\mathrm{L} = \int_{-\infty}^{t} l\,dt \quad \text{et} \quad \mathrm{M} = \int_{-\infty}^{t} m\,dt.$$

Il est alors aisé de construire, à l'aide d'une quadrature, une fonction $\mathcal{F}(z, t)$, analytique par rapport à $z = x+iy = \mathrm{R}\,e^{i\omega}$, telle que la solution du problème soit donnée par la formule

$$(2)\quad \begin{aligned} u(x, y, t) - iv = {} & l(x, y, t) - im \\ & - \frac{\nu}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial y} + i\frac{\partial}{\partial x}\right)\oint_{|\lambda|=1} \mathrm{L}(\mathrm{R}, \omega - i\log\lambda, t)\,\frac{\lambda+1}{\lambda-1}\,\frac{d\lambda}{\lambda} \\ & - \frac{\nu}{2\pi}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial y} + i\frac{\partial}{\partial x}\right)\oint_{|\lambda|=1} \mathrm{M}(\mathrm{R}, \omega - i\log\lambda, t)\,\frac{\lambda+1}{\lambda-1}\,\frac{d\lambda}{\lambda} - \mathcal{F}(z, t). \end{aligned}$$

Les calculs prouvant l'équivalence de cette solution et de celle due à M. Oseen (*Arkiv för matematik, astr. och fysik*, 14, 1919, p. 1) sont assez longs. L'emploi d'intégrales analogues à celles qui figurent dans (2) est également avantageux dans la démonstration du théorème suivant dont M. Oseen utilisa des cas particuliers : « Si les deux fonctions F_1 et F_2 satisfont l'équation de la chaleur hors du cercle $\mathrm{R}=a$ et si, sur ce cercle, $\mathrm{F}_1 + i\mathrm{F}_2$ prend les mêmes valeurs qu'une fonction holomorphe pour $|z| > a$ et pour $z=\infty$, alors $\dfrac{\partial^{p+q}(\mathrm{F}_1 - i\mathrm{F}_2)}{\partial x^p\,\partial y^q}$ et $\dfrac{\partial^{p+q}(\mathrm{F}_1 - i\mathrm{F}_2)}{\partial \mathrm{R}^p\,\partial \omega^q}$ prennent, chacune, sur tout cercle

$R = R_0 \geqq a$, les mêmes valeurs qu'une fonction analytique hors de ce cercle, ayant, au plus, à l'infini une singularité polaire. »

Enfin si nous faisons dans (2) :

$$p = 0 \quad \text{et} \quad q = \frac{e^{-\frac{(x-a)^2+y^2}{4\nu t}}}{t} \quad \text{ou} \quad q = \frac{x-a}{t^2} e^{-\frac{(x-a)^2+y^2}{4\nu t}},$$

nous obtenons deux solutions particulières, intéressantes, du système (1). La seconde permet sans doute de ramener à la résolution d'une équation intégrale de Volterra le premier problème aux limites relatif à un domaine arbitraire. Donnons l'expression à laquelle elle se réduit lorsque l'extérieur du cercle devient le demi-plan : $X > 0$ et que $\nu = \frac{1}{4}$:

$$(3) \qquad V(X, Y, t) + iU$$
$$= \frac{X}{t^2} e^{-\frac{X^2+Y^2}{t}} + \frac{i}{4\pi} \int_{R(\lambda)=-\varepsilon} \frac{1 - \left(1 + \frac{2\lambda X}{t}\right) e^{-\frac{2\lambda X}{t}}}{\lambda^2} e^{\frac{\lambda^2}{t}} \frac{d\lambda}{(X+iY-\lambda)^2}.$$

2. *Cas où le domaine est l'intérieur d'un contour convexe*, à rayon de courbure jamais nul ni infini. La solution du système (1) est de la forme $\left(\text{pour } \nu = \frac{1}{4}\right)$:

$$(4) \qquad v(x, y, t) + iu = -\int_0^t d\tau \oint \Phi(s, \tau)\, e^{-i\varphi_s} [V(X, Y, t-\tau) + iU]\, ds$$
$$+ i \oint \Psi(s, t) \frac{e^{-i\varphi_s}}{X+iY}\, ds.$$

Le point (x, y) est intérieur au domaine; (X, Y) sont ses coordonnées par rapport au système cartésien mobile qui a pour origine le point du contour d'abscisse curviligne s et pour axe X la normale intérieure; φ_s est l'angle que fait avec Ox la tangente au point d'abscisse curviligne s; Φ et Ψ sont réelles et déterminées par un système d'équations de Volterra : en effet la première intégrale de (4) possède les propriétés usuelles des potentiels de double couche.

u et v admettent, à l'intérieur du domaine, des dérivées de tous les ordres par rapport à x et y.

On constate en outre aisément que si l'on fait tendre ν vers 0 la solution (u, v) du système (1) tend vers le gradient d'une fonction harmonique; seule la condition à la frontière relative à la composante normale de la vitesse reste vérifiée.

THÉORIE DE LA RELATIVITÉ. — *Sur les équations de la gravitation d'Einstein.* Note de M. **Ch. Racine**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Généralisant le résultat communiqué dans une Note précédente [1], il m'est maintenant possible d'énoncer le théorème suivant :

Soit un espace-temps dont le ds^2 peut se mettre, pour t compris entre deux valeurs t_0 et t_1 ($t_0 < t_1$), sous la forme

$$ds^2 = V^2 dt^2 - \sum_1^3 g_{ij}\, dx^i\, dx^j;$$

assujettissons cette variété à vérifier les hypothèses suivantes :

a. Les quantités V et g_{ij} sont partout continues, admettent en tout point des dérivées premières, secondes et troisièmes continues. V, de plus, est borné inférieurement et supérieurement par deux nombres positifs.

b. Cette variété est simplement connexe et sans frontières.

c. Les hypersurfaces à trois dimensions définies par les équations

$$t = \text{const.}$$

sont sans points multiples. Tout point A peut y être entouré de surfaces fermées $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_m, \ldots, \Sigma_m$ contenant à son intérieur tous les points de Σ_{m-1} et le minimum de la distance géodésique du point A à un point quelconque de Σ_m croissant indéfiniment avec m.

d. A partir d'un certain indice m, l'élément métrique des hypersurfaces précédentes prendra, hors de Σ_m, la forme

$$ds^2 = \sum_1^3 (\delta_i^j - \varepsilon_{ij}^{(m)})\, dx^i\, dx^j \qquad \delta_i^j \begin{cases} = 0 & \text{si } i \neq j, \\ = 1 & \text{si } i = j, \end{cases}$$

et les ε_{ij}^{m} tendront uniformément vers zéro lorsque m tendra vers l'infini.

e. On peut construire une multiplicité à trois dimensions jouissant des propriétés suivantes : elle est minima [2], ses lignes de courbure n'ont ni points multiples ni enveloppes, son élément métrique est défini.

f. Les fonctions V et g_{ij} satisfont en tout point aux équations de la gravitation d'Einstein relatives au champ extérieur.

---

(1) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1533.

(2) Cf. E. Cartan, *La géométrie des espaces de Riemann* (*Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 9, 1926, p. 45).

Dans ces conditions, il n'y a pas d'autre solution de ces équations que celle qui correspond au ds^2 euclidien.

2. Les points essentiels de ma démonstration sont les suivants :

Je prouve d'abord que si une hypersurface répondant à l'hypothèse (e) est donnée, on peut lui en associer une infinité d'autres infiniment voisines et sans points communs entre elles.

Rapportant au système de coordonnées défini par ces surfaces et leurs trajectoires orthogonales l'espace-temps, je mets les équations du champ extérieur sous la forme suivante

$$\Lambda_{ij} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{ij}}{\partial t}, \qquad \Omega_i^j = \frac{\Lambda_i^j}{V}, \qquad h^2 = \sum_{\alpha,\beta}^{1,2,3} \Lambda_\alpha^\beta \Lambda_\beta^\alpha = V^2 H^2, \qquad R = \sum_1^3 R_i^i;$$

$$R_i^k + \frac{V_i^k}{V} + \frac{1}{V}\frac{\partial \Omega_i^k}{\partial t} = 0,$$

$$\Delta V = RV, \qquad R = H^2.$$

$$\Omega_{i,k}^k = 0.$$

Les indices $i, j, k, \ldots$ et Δ indiquent des opérations de dérivations covariantes faites tangentiellement (¹) aux variétés minima, ou les tenseurs bien connus g_{ij}, R_i^k, relatifs à ces variétés.

Soient $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ trois vecteurs unitaires tangents, en chaque point des variétés minima, respectivement, à leurs lignes de courbures. On aura

$$\sum_k a^k \Omega_k^i = \lambda a^i, \qquad \sum_k b^k \Omega_k^i = \mu b^i, \qquad \sum_k c^k \Omega_k^i = \nu c^i$$

et les trois dernières équations d'Einstein s'écriront équivalemment

$$\operatorname{div}(\lambda \vec{a}) = 0, \qquad \operatorname{div}(\mu \vec{b}) = 0, \qquad \operatorname{div}(\nu \vec{c}) = 0, \qquad \lambda + \mu + \nu = 0.$$

Je démontre que si les hypothèses ci-dessus indiquées sont remplies, les équations précédentes n'admettent que la solution

$$\lambda = \mu = \nu = 0.$$

Les équations du champ extérieur deviennent alors

$$R_i^k + \frac{V_i^k}{V} = 0,$$

$$\Delta V = 0.$$

(¹) E. Cartan, *loc. cit.*, p. 46.

Ce sont les équations de ce que M. Levi-Civita a appelé le champ statique. Ma Note précédente démontrait justement à leur sujet qu'elles n'ont d'autres solutions, avec les restrictions énumérées, que l'espace-temps euclidien.

3. Les vecteurs $\lambda\vec{a}$, $\mu\vec{b}$, $\nu\vec{c}$ permettent de former des intégrales de surfaces nulles lorsque ces surfaces ne contiennent à leur intérieur aucune quantité de mouvement et différentes de zéro dans le cas contraire. On a ainsi un moyen de distinguer les domaines *meublables* des domaines *non meublables*.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Photographie de la couronne solaire en dehors des éclipses.* Note de M. **B. Lyot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Toutes les tentatives faites jusqu'ici pour photographier la couronne solaire en dehors des éclipses étaient restées sans succès. Pendant l'été 1930, j'ai pu avoir quelques indications sur sa forme, au Pic du Midi, en étudiant les variations de sa polarisation et de l'intensité de ses raies spectrales autour du Soleil (¹), mais les clichés obtenus ne montrent, avec certitude, que les protubérances.

Pendant l'été 1931, j'ai réussi à photographier directement la couronne en réduisant au minimum la diffusion instrumentale et atmosphérique et à amplifier les contrastes de l'image par un procédé de tirage approprié.

La diffusion instrumentale a été réduite en réalisant un coronographe analogue, en principe, à celui de 1930, mais plus grand et meilleur.

L'appareil comporte une lentille simple, plan convexe, de 13^{cm} de diamètre et de $3^{m},15$ de distance focale. Cette lentille, taillée dans un verre d'optique spécial, a été travaillée avec le plus grand soin et ne possède aucun fil, aucune bulle et aucune rayure ou piqûre de surface dans sa partie centrale, sur la moitié de son diamètre environ. Elle forme l'image du Soleil sur un disque en laiton noirci d'un diamètre très voisin de celui de la chromosphère. Ce disque est suivi d'une lentille simple qui projette l'image de la première lentille sur un diaphragme iris. Un objectif, placé derrière l'iris, forme, sur la plaque photographique, l'image du disque et des alentours immédiats du Soleil. L'achromatisme de cet objectif a été exagéré pour corriger l'aberration chromatique de la première lentille.

(¹) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 834.

La lumière des bords de la première lentille, très fortement illuminés par diffraction, est arrêtée par le diaphragme iris réglé de manière à laisser passer seulement les rayons provenant de la partie centrale. La lumière des images solaires formées par réflexions multiples, au centre de la première lentille, est arrêtée par une petite pastille collée au centre de l'objectif. La lentille, nettoyée fréquemment et avec beaucoup de soin, est protégée des poussières par un tube de bois très long, graissé intérieurement, qui contient tout le système optique. Des écrans et des diaphragmes argentés, convenablement placés, renvoient à l'extérieur la lumière solaire inutilisée, pour éviter d'échauffer l'air contenu dans le tube et de troubler les images. Les principales causes de diffusion instrumentale sont ainsi éliminées.

Le coronographe, muni d'un oculaire et d'un écran rouge, montrait, même lorsque la transparence atmosphérique était médiocre, de nombreuses protubérances; les plus petites mesurant seulement qelques secondes de hauteur. Lorsque les images étaient très calmes, on voyait, de plus, la chromosphère, sous forme d'une ligne très fine, bordant le disque de laiton. A travers un prisme à vision directe, cette ligne, plus brillante que les protubérances, se montrait formée, en grande partie, de lumière monochromatique, la chromosphère s'élargissait légèrement sous les protubérances qui apparaissaient ainsi soulignées par un trait court et très brillant.

Pour photographier la couronne, le coronographe était muni d'un porte-châssis permettant d'obtenir 12 images sur une plaque 9×12. Il était monté le long de l'équatorial du Pic du Midi et porté par deux colliers formant palliers, au moyen desquels on le faisait tourner autour de son axe, d'une quinzaine de degrés entre chaque pose.

Pour diminuer la diffusion atmosphérique, la brillance du Ciel près du Soleil, observée dans le coronographe, était comparée à celle d'un diffuseur blanc et les poses n'étaient faites que lorsque cette brillance devenait inférieure à 6 millionnièmes environ de celle du Soleil. Il fallait, d'autre part, employer une longueur d'onde aussi grande que possible. Les plaques extrême-rouge et infrarouge, ne présentant pas un contraste suffisant, les épreuves ont été faites sur des plaques panchromatiques Guilleminot, à travers un écran Wratten α, au moyen des radiations du spectre continu comprises entre 6500 et 6600 Å environ. Elles ont été développées à fond.

Le 21 juillet à 16^h, 11 poses ont été obtenues par une transparence atmosphérique remarquable, cinq d'entre elles, malheureusement, sont voilées mais les six autres montrent une petite protubérance à l'angle de position $50°$ environ et trois jets de lumière dont deux sont assez nettement indi-

qués. Ces détails tournent d'une pose à l'autre, avec la protubérance, en sens inverse de la rotation du coronographe et appartiennent par conséquent à la couronne. On voit également des taches et des traînées qui occupent la même position sur chaque cliché, la plupart sont dues à des poussières déposées sur la seconde lentille du coronographe,

Les contrastes des images de la couronne ont été amplifiés par le procédé suivant : les négatifs sont projetés successivement, avec un appareil à agrandissement, sur une même plaque à grand contraste en superposant exactement, à l'aide d'un dispositif approprié, les détails les plus nets. Soient n le nombre de poses, γ le facteur de contraste de la plaque. En première approximation, les faibles contrastes de l'objet photographié sont multipliés par γ tandis que les irrégularités statistiques de distribution des grains des négatifs sont multipliées par $\frac{\gamma}{\sqrt{n}}$. Les taches légères ont leurs contrastes multipliés par $\frac{\gamma}{n}$ et disparaissent si n est un peu grand. Si n est grand, il est bon d'éliminer les défauts de la plaque positive en tirant plusieurs positifs et en les superposant à leur tour pour former un négatif de seconde main. L'image finale doit montrer des détails beaucoup plus faibles que chacun des négatifs utilisés environ en raison inverse de la racine carrée du nombre de poses.

Diverses images ont été obtenues par ce procédé sur plaques collodium Guilleminot. Celle du 21 juillet, à 16^h, est la plus riche en détails : en plus de la petite protubérance, dans l'angle de position 50°, elle montre une faible frange lumineuse au pôle Nord, encadrée par deux brèches sombres situées à 25° de part et d'autre, celle du Nord-Ouest étant la plus foncée. A l'Est un jet de lumière intense et bien défini s'étend de 30° à 95° et s'élève à plus de 7′ du bord solaire avec trois maxima de lumière. Un autre jet de lumière, plus étroit, de 4′ de hauteur, apparaît entre 110° et 135°. Le bord Sud est faiblement lumineux mais, vers 215°, une bande brillante apparaît et atteint son maximum d'intensité vers 260°; elle s'affaiblit brusquement quelques degrés plus au Nord et se termine vers 330° à la brèche sombre signalée précédemment [1]. Une autre image a été tirée à l'aide de sept

[1] La nature coronale de ces détails est encore confirmée par une épreuve par sections faite, le lendemain matin, au spectrohéliographe sur la raie verte de la couronne. La longueur et l'intensité de cette raie présentent des maxima et des minima qui correspondent sensiblement à ceux de la photographie.

négatifs obtenus le 18 juillet à 15^h. Le ciel était moins pur que le 21; on voit cependant une brèche sombre, très bien délimitée à l'Ouest, semblable à celle du 21 et située dans la même position.

Ces premiers clichés, bien que très imparfaits, montrent cependant qu'il est possible de suivre les changements d'aspect de la couronne intérieure entre les éclipses. Peut-être découvrira-t-on ainsi les liens qui la rattachent aux autres manifestations de l'activité solaire.

Remarque au sujet de la Note précédente, par M. **Ernest Esclangon.**

Il est à peine utile de souligner l'importance des nouveaux résultats obtenus par M. Lyot, dans l'observation directe de la couronne solaire, en dehors de toute éclipse.

En 1930, les appareils employés lui avaient permis de photographier le spectre de la couronne, notamment les raies verte et rouge, ce qui constituait déjà un résultat d'une très grande portée.

En 1931, grâce à des perfectionnements nouveaux apportés aux appareils et aux méthodes photographiques, une étape nouvelle a été franchie. M. Lyot a obtenu des photographies directes de la couronne et, le fait que le cliché du 21 juillet montre des jets de lumière s'étendant à plus de 7′ du bord solaire indique que la méthode est destinée à devenir féconde.

La couronne solaire est un élément capricieux et perpétuellement changeant, La nécessité dans laquelle on était jusqu'ici de l'observer seulement pendant quelques minutes au cours des éclipses de Soleil, par ailleurs rares, ne permettait d'en fixer la forme instantanée qu'à de lointains intervalles et c'est sans doute une des raisons pour lesquelles la couronne est restée si mal connue, Par la continuité des observations qu'en permettra la méthode de M. Lyot, tant au point de vue des variations de forme qu'au point de vue spectral, il est à présumer que nos connaissances à ce sujet s'enrichiront rapidement.

Remarque au sujet de la Note précédente, par M. **Ch. Fabry.**

Le très important travail de M. Lyot montre l'importance que présentent les stations élevées pour certaines observations astronomiques. L'observatoire du Pic du Midi offre, pour ces recherches, des ressources

vraiment exceptionnelles; les dépenses importantes faites par l'État pour la construction et l'entretien de cet observatoire se trouvent largement justifiées par les résultats obtenus. Malheureusement, un grave danger menace cet établissement scientifique. Une route praticable aux automobiles est actuellement en voie de construction; si le projet est exécuté jusqu'au bout, une plate-forme pouvant recevoir un grand nombre de voitures se trouvera à quelques mètres de l'observatoire; la poussière et la fumée résultant de la présence d'un grand nombre de voitures rendront impossibles toutes les observations qui exigent une atmosphère pure, et toute l'utilité de ce bel observatoire se trouvera détruite. Il faut vivement souhaiter qu'une entente entre les intérêts du tourisme et ceux de la Science se fasse lorsqu'il en est encore temps.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation générale du mouvement brownien.* Note [1] de M. **Jacques Métadier**, présentée par M. J. Perrin.

Dans cette Note nous nous proposons de résoudre le problème général du mouvement brownien dans un champ de forces extérieures même en l'absence d'équilibre entre forces extérieures et forces de viscosité (champ de forces pouvant varier très rapidement) par la méthode du calcul opérationnel que Schrödinger [2] a employé en mécanique ondulatoire dans le cas particulier des champs constants et que tout récemment Jean-Louis Destouches [3] a généralisée au cas de champs quelconques. Ainsi sera-t-il possible de mieux faire ressortir les analogies et les différences entre la mécanique ondulatoire et la théorie du mouvement brownien.

1. On parvient à l'équation générale du mouvement brownien par un raisonnement classique qui, dans un cas particulier, conduit à l'équation de continuité hydrodynamique et, dans un autre cas, à l'équation de diffusion simple. On évalue de deux façons la variation du nombre probable de particules dans un certain volume, d'une part par la variation de densité, et d'autre part en calculant le flux des particules sortantes.

Soit $p(M, t)$, la probabilité pour qu'une particule soit $d\tau$ à l'instant t, dans un volume $d\tau$ entourant le point M, $\vec{v}(M, t)$ la vitesse moyenne d'une

(1) Séance du 30 novembre 1931.

(2) Schrödinger, *Conf. Inst. H. Poincaré*, 1931.

(3) J.-L. Destouches, *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 518.

particule en M à l'instant t, vitesse que la particule aurait en l'absence de mouvement brownien, D la constante de diffusion. On trouve ainsi

$$(1) \qquad \frac{\partial p(\mathrm{M}, t)}{\partial t} = \mathrm{D}\Delta p(\mathrm{M}, t) - \operatorname{div}\left[p(\mathrm{M}, t).\vec{v}(\mathrm{M}, t)\right]$$

et $\vec{v}$ est donné par l'équation fondamentale de la dynamique

$$m\frac{d^2\overline{\mathrm{M}}}{dt^2} = \vec{\mathrm{F}}(\mathrm{M}, t) - k\frac{d\overline{\mathrm{M}}}{dt} \quad \text{avec} \quad \vec{v} = \frac{d\overline{\mathrm{M}}}{dt}.$$

$k\frac{d\overline{\mathrm{M}}}{dt}$ est la force de frottement visqueux, $\vec{\mathrm{F}}(\mathrm{M}, t)$ la force due au champ extérieur, m la masse de la particule considérée, $\overline{\mathrm{M}}$ sa position moyenne à l'instant t (la même qu'en l'absence du mouvement brownien).

Lorsque les variations de $\vec{\mathrm{F}}$ sont suffisamment faibles, il y a équilibre entre les forces de viscosité et la force $\vec{\mathrm{F}}$. On a alors $\vec{v} = \beta\vec{\mathrm{F}}$, $\beta = \frac{1}{k}$ et l'on peut remplacer $\vec{v}$ par cette valeur dans l'équation (1).

2. L'èquation (1) peut être écrite symboliquement

$$(2) \qquad \frac{\partial p}{\partial t} = \mathcal{H}p$$

en posant

$$(3) \qquad \mathcal{H} = \mathrm{D}\Delta - \operatorname{div}\vec{v} \quad \text{ou} \quad \mathcal{H} = \mathrm{D}\nabla^2 - \nabla\vec{v} \qquad (3')$$

On constate alors que l'équation (2) a la même forme que l'équation fondamentale de la mécanique ondulatoire, mais la forme de l'opérateur $\mathcal{H}$ est bien différente. Alors qu'en mécanique ondulatoire $\mathcal{H} = -\frac{2\pi i}{h}(a\Delta + \mathrm{V})$, V étant la fonction potentielle, ici, nous avons, au lieu d'une fonction V, un opérateur différentiel $\nabla\vec{v}$ pouvant d'ailleurs se réduire à $\beta \operatorname{div}\vec{\mathrm{F}}$. Au lieu de multiplier p par V, nous devons multiplier p par un *vecteur*, puis prendre la divergence [1]. C'est là une différence essentielle. D'autre part, ici, tous les termes sont réels et p mesure une probabilité.

On se trouvera dans le cas de Schrödinger, si $\vec{v}$ ne dépend pas du temps.

---

[1] Il convient de remarquer qu'il ne faut pas multiplier p par $\operatorname{div}\vec{v}$, mais multiplier p par $\vec{v}$ puis prendre la divergence pour obtenir $\operatorname{div}\left(\vec{v}.p\right)$ et $\operatorname{div}\vec{v}$ est considéré comme un opérateur appliqué à p et non pas comme une quantité.

mais seulement du point M de l'espace. Il y a alors équilibre $\vec{v} = \beta\vec{F}$. Dans ces conditions la force devra être constante.

On aura

(4) $$p(M, t) = e^{-\mathcal{H}t}p(M, o) \quad \text{avec} \quad \mathcal{H} = a\Delta + \beta\nabla\vec{F},$$

$p(M, o)$ caractérisant la distribution à l'instant initial.

Dans le cas général $\vec{v}$ dépend du temps et du lieu. La solution de l'équation (2) est donnée alors par

(5) $$p(M, t) = \mathfrak{U}(t)p(M, o),$$

$\mathfrak{U}(t)$ étant l'opérateur de J.-L. Destouches.

Lorsque $\mathcal{H}$ commute avec $\int \mathcal{H}\,dt$, $\mathfrak{U}(t)$ se réduit à $e^{\int \mathcal{H}\,dt}$.

La condition de commutation est satisfaite seulement lorsque $\vec{v}$ ne dépend que de t, et non du point M, cas opposé à celui de l'équilibre. $\vec{F}$ devra alors être la même en tout point M et ne dépendre que du temps. On aura

(6) $$p(M, t) = e^{\int_0^t \mathcal{H}\,dt}p(M, o).$$

Citons un exemple où l'on se trouvera dans ce cas. Des particules de masse m et de charge ε se déplacent dans un champ électrique uniforme sinusoïdal

$$\vec{F} = \varepsilon a \sin \omega t \vec{X},$$

$\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$ vecteurs unitaires des axes.

On trouve facilement, en négligeant les composantes suivant $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$,

$$\vec{v} = \frac{\varepsilon a}{m^2 + k^2}\left[k \sin \omega t + m\left(\cos \omega t - e^{-\frac{k}{m}t}\right)\right]\vec{X}.$$

le terme exponentiel correspond à la force de viscosité, et son signe doit être tel qu'il s'oppose à l'augmentation de $|\vec{v}|$.

On obtient alors

$$\mathcal{H} = D\Delta - \frac{\varepsilon a}{m^2 + k^2}\left[k \sin \omega t + m\left(\cos \omega t - e^{-\frac{k}{m}t}\right)\right]\frac{\partial}{\partial x}.$$

Conclusion. — L'équation générale du mouvement brownien peut être mise sous la même forme symbolique que l'équation de la mécanique ondu-

latoire, et résolue par la méthode du calcul opérationnel. Nous avons donné alors les expressions de p dans le cas général (5) et, dans deux cas particuliers, (4) et (6). Mais il convient de souligner que l'opérateur $\mathcal{H}$, que nous avons trouvé ici, présente des différences profondes avec celui de la mécanique ondulatoire.

D'abord, il est réel; puis, au lieu de la fonction potentielle, nous avons unopérateur différentiel div $\vec{v}$ à appliquer à p.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la réalisation des machines électrostatiques*. Note (¹) de MM. **Henri Chaumat** et **Édouard Lefrand**, transmise par M. d'Arsonval.

L'un de nous (²) a posé les bases d'un calcul préalable des machines électrostatiques.

Il est impossible de charger un corps isolé. Les deux électricités apparaissent toujours en quantités égales sur les deux armatures d'un condensateur.

Considérons donc un tel condensateur qu'on isole de la source après l'avoir chargé.

Si, par l'application de forces extérieures, on fait diminuer la capacité, la différence de potentiel entre les armatures augmente, l'énergie électrique croît et l'on a un générateur électrostatique.

On aura un moteur électrique, au contraire, si on laisse croître la capacité sous l'action des forces intérieures.

Ces machines sont réversibles.

On peut obtenir ces variations de capacité, sans mettre en jeu des forces, par de simples modifications des connexions. Le dispositif est alors un transformateur d'énergie.

Quand on essaie de réaliser un générateur électrostatique basé sur ces principes, à l'aide de pièces tournantes, comme l'un de nous l'a envisagé, on est bientôt arrêté par des difficultés qui paraissent insurmontables.

En effet, la tension montant à mesure que la capacité diminue, pour éviter des décharges disruptives intérieures, on est amené à écarter nota-

---

(¹) Séance du 23 novembre 1931.

(²) Voir *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1096 et 1232.

blement les plateaux fixe et mobile, c'est-à-dire les éléments des capacités variables. Et il est visible qu'alors les variations de capacité ne peuvent être que très faibles; elles tendent vers zéro, à la limite, lorsque les plateaux fixe et mobile sont de plus en plus distants.

La solution devait nous être donnée par l'emploi du cylindre de Faraday qui sera réalisé d'une façon approximative sous forme d'un *portefeuille* étroit où pourront pénétrer les corps chargés. Ce cylindre-portefeuille n'est d'ailleurs que l'une des armatures d'un condensateur dont l'enceinte est l'autre armature.

Ceci dit, considérons un corps *c* chargé à une différence de potentiel initiale *u* par rapport à une enceinte E. Si nous amenons le corps *c* à l'intérieur d'un cylindre de Faraday F, l'expérience prouve que le corps *c* abandonne toute sa charge au cylindre quelle que soit la différence de potentiel de celui-ci par rapport à l'enceinte. Ceci montre que la différence de potentiel du corps *c* par rapport à l'enceinte peut croître au delà de toutes limites (ou mieux sans autres limites que des décharges disruptives) et que, par suite, la capacité du corps *c* par rapport à l'enceinte tend vers zéro quand le corps *c* est amené dans le cylindre de Faraday.

Nous obtiendrons ainsi la diminution considérable de capacité que nous recherchons.

Des expériences préliminaires nous ont montré que l'on pouvait ainsi obtenir des différences de potentiel de 175000 volts à partir d'une différence de potentiel initiale de 110 volts. Cela veut dire aussi que le rapport des capacités est de 1600. Nous avons obtenu ensuite le rapport 7500.

Aux tensions élevées que l'on peut ainsi atteindre, l'emploi de conducteurs est inutile, l'ébonite présentant une conductibilité superficielle suffisante.

Nous avons construit une machine qui, avec un seul plateau de 46^{cm} de diamètre, nous a permis d'atteindre et de dépasser 500000 volts à 1200 tours par minute.

Cette machine possède sur la périphérie, deux de ces cylindres-portefeuilles diamétralement opposés, et, à 90° de ces collecteurs, se trouvent deux chargeurs. Chacun de ces chargeurs est un condensateur dont une armature est métallique et très soigneusement isolée sur toutes ses faces et qui se trouve en regard de la face antérieure d'un plateau d'ébonite.

L'autre armature du condensateur est formée par la face postérieure du plateau d'ébonite sur laquelle frotte une petite brosse métallique.

Les brosses des deux chargeurs sont reliées entre elles et les armatures

métalliques des deux chargeurs sont reliées aux pôles d'une source. On ne demande à la source, ici, que de produire un champ électrostatique.

On a trouvé avantageux de mettre sur la face avant des armatures métalliques des deux chargeurs une lame de mica. Le mica présente une sorte de rémanence qui favorise l'auto-excitation.

Pour éviter des surtensions dangereuses qui pourraient détruire la machine, on relie ses pôles à chacun des deux chargeurs par une simple ficelle. Cette ficelle qui présente des fuites notables agit comme un véritable limiteur de tension. Celle que nous avons employée ne peut tenir plus de 15000 volts et c'est là la différence de potentiel initiale à laquelle sont chargés les condensateurs.

Les décharges disruptives intérieures sont évitées, les corps chargés se trouvant, à l'intérieur des portefeuilles, dans des champs électrostatiques sensiblement nuls.

Cette machine présente un régime stable sous 300000 volts et nous a donné une puissance déjà appréciable de 24 watts. C'est 34 fois plus que ne donne, sous 70000 volts, une machine de Wimshurst de 47^{cm} de diamètre, à la même vitesse.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Variation discontinue de la force électromotrice des piles photovoltaïques à liquides colorés.* Note de MM. **A. Grumbach** et **F. Taboury**, présentée par M. A. Cotton.

Ce travail a eu pour origine l'étude des piles photovoltaïques à électrodes de platine plongeant dans une solution acide de matière colorante; les résultats obtenus étaient très variables; ils nous ont amenés à faire la critique complète des méthodes de mesure employées et à discuter l'influence possible des dissymétries initiales. Jusqu'à présent, on s'était contenté d'éliminer celles-ci autant que possible expérimentalement ou bien de faire une correction, sans rechercher une relation entre leurs valeurs numériques et celles que prend ultérieurement la force électromotrice.

Les piles utilisées ont été soit du modèle décrit antérieurement par l'un de nous (¹), soit des éléments constitués par un tube vertical que l'on pouvait fermer à la pression atmosphérique ou sur le vide. Les résultats généraux qui suivent s'appliquent sans modifications essentielles à ces divers appareils.

(¹) A. Grumbach et S. Schlivitch, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 753.

L'électrolyte de l'élément photovoltaïque était une solution de $0^g,052$ de fluorescéine acide dans de l'eau acidulée contenant 6 mol-grammes de SO^4H^2 par litre de solution.

Dans les expériences décrites ici, nous avons employé la méthode d'opposition de mesure forces électromotrices, un électromètre capillaire servant d'instrument de zéro; il était sensible à $0,5.10^{-4}$ volt et sa capacité de polarisation était un peu supérieure à 100^{cm}.

Les mesures de ce genre nécessitent des précautions; en effet, chaque lecture trouble l'évolution de la f. é. m. Une opposition erronée par excès accroît celle-ci et inversement, sans que la durée de la mise en circuit de l'électromètre intervienne. Ce phénomène est causé par la capacité relativement grande de l'électromètre; les piles supportent mal le courant de charge dû à la faible différence de potentiel provenant de l'écart d'opposition.

Aussi avons-nous adopté la méthode suivante : chaque lecture provient d'une seule opposition dont la valeur est appréciée d'avance approximativement par continuité. On note soit l'équilibre, soit la valeur et le sens de l'écart. Sur le graphique f. é. m.-temps on marque le point correspondant à l'opposition réalisée; on n'y fait passer la courbe que s'il y a équilibre, sinon, on la fait passer du côté commandé par le sens de l'inégalité et à une distance donnée par la grandeur du déplacement du ménisque et par l'allure de la courbe.

Ce procédé a l'avantage de permettre de discerner les écarts de la f. é. m. dus aux mesures. Sa précision n'est que de 10^{-2} à 10^{-3} volt lorsque la f. é. m. varie rapidement, mais elle devient excellente sur un palier (10^{-4} volt).

Si par contre, suivant la méthode ordinaire, on effectue plusieurs oppositions consécutives pour se rapprocher d'un équilibre véritable, le nombre des oppositions faites doit être aussi faible que possible, la valeur de la f. é. m., observée à l'équilibre dépendant du sens des erreurs commises à chaque essai.

Résultats de la nouvelle méthode. — 1° Pile neuve maintenue longtemps dans l'obscurité : la f. é. m. varie d'une manière capricieuse; elle se fixe plus ou moins longtemps sur des paliers dont les ordonnées ont un plus grand commun diviseur V_1.

2° Pendant un éclairement commencé sur un palier d'ordonnée faible mais nettement marqué, l'électrode éclairée devient positive par rapport à l'autre. La pente de la courbe au début de l'éclairement est une fonction

croissante de l'intensité lumineuse. Au bout de 5 à 10 minutes, la f. é. m. oscille souvent entre des paliers voisins d'une grande valeur positive ou bien décroît lentement, s'annule, change parfois de signe et atteint une valeur négative de l'ordre de — 0,1 volt.

Au cours de cette évolution, de nombreux paliers apparaissent dans les deux cas; leurs ordonnées sont toujours multiples du même nombre V_1 signalé plus haut.

3° Après un éclairement, surtout s'il est prolongé, la f. é. m. tend à s'annuler après une variation irrégulière en passant par une série de paliers correspondant encore à des multiples de V_1.

4° Quand on polarise les électrodes dans l'obscurité par une différence de potentiel de 0,01 volt, la f. é. m. décroît ensuite en s'arrêtant sur des paliers appartenant toujours à la même série.

Les ordonnées des paliers forment une progression arithmétique complète; on passe, en effet, de l'un d'eux au suivant par des éclairements modérés arrêtés au moment voulu.

En résumé, la méthode décrite a permis d'établir que la f. é. m. des éléments étudiés est susceptible de stationner sur des valeurs discontinues de la forme $V = nV_1$, n étant un nombre entier algébrique.

L'équidistance des paliers est $V_1 = 1,3 . 10^{-3}$ volt. Nous l'avons retrouvée dans une pile à solution sulfurique de fluorane ($0^g,018$ de fluorane dans de l'eau acidulée à 8,4 mol-gr de SO^4H^2 par litre de solution).

La loi n'est pas de la forme $V = nV_1 + V_2$. Il existe donc une relation étroite entre les valeurs des f. é. m. des paliers et la dissymétrie initiale; celle-ci n'est pas quelconque, car elle satisfait à la formule générale qui donne les ordonnées des paliers.

MAGNÉTISME. — *Propriétés magnétiques et structure cristalline dans les différentes variétés de sulfate de cobalt anhydre.* Note [1] de M. **R. Hocart** et Mlle **A. Serres**, transmise par M. Pierre Weiss.

Le sulfate de cobalt anhydre obtenu par calcination du sulfate 7 aq. est une poudre considérée comme amorphe.

Selon que la calcination a été faite vers 400° ou vers 700° on obtient l'une ou l'autre de deux variétés distinctes au point de vue magnétique [2];

(1) Séance du 30 novembre 1931.

(2) A. Chatillon, *Thèse*, Strasbourg, 1927.

la première (sulfate I) est caractérisée par un moment de 25 magnétons; la deuxième (sulfate II) a un moment de 26 magnétons [1].

Le sulfate de cobalt anhydre obtenu par cristallisation dans le bisulfate d'ammoniaque et appelé sulfate octaédrique par Klobb [2] possède 26 magnétons [3] comme le sel II; nous le désignerons par II *bis*.

Nous avons fait les spectres Debye-Scherrer (K_α du fer) de ces trois variétés I, II, II *bis* et nous avons constaté :

1° Que les variétés I et II sont cristallisées, tout comme II *bis*, mais en cristaux submicroscopiques;

2° Que les spectres des sels II et II *bis* sont identiques, comme leurs moments atomiques.

Les trois variétés envisagées ci-dessus se réduisent donc à deux, au double point de vue de la structure cristalline et des propriétés magnétiques.

En outre, nous avons fait les observations suivantes :

Le sulfate II *bis* (= II) « dit octaédrique » peut être obtenu en petits cristaux, à faces peu planes, dont les dimensions sont de l'ordre du demi-millimètre; ces cristaux sont orthorhombiques; ils présentent le prisme $m(110)$ et le brachydome $e^2(012)$; l'observation des directions d'extinction en lumière polarisée confirme la symétrie déduite des mesures d'angles et indiquée ici.

La méthode du cristal tournant appliquée au sulfate orthorhombique II *bis* (= II) a donné les paramètres suivants :

$$a = 4,6_5 \text{ Å}, \qquad b = 6,7_1 \text{ Å}, \qquad c = 8,4_5 \text{ Å}.$$

La maille élémentaire contient $4SO^4Co$ (3,82).

Le calcul des raies du spectre Debye pour le sel I (qu'on ne peut pas étudier au cristal tournant) à partir des paramètres absolus (déterminés pour le sel II (cristal tournant) et vérifiés sur le spectre Debye II, permet de retrouver, avec une précision de 0,5 pour 100, les raies (observées) du spectre I en leur attribuant des indices simples. (Chacun de ces spectres présente une trentaine de raies dont une dizaine sont des raies fortes; les deux tiers des raies ont même position et mêmes indices dans les deux spectres mais non même intensité; toutes les raies ont pu être identifiées.)

(1) Mlle A. Serres, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 714.

(2) Klobb, *Comptes rendus*, 114, 1892, p. 836. Voir aussi Lachaud et Lapierre, *Bull. Soc. chim.*, 7, 1895, p. 600.

(3) Mlle A. Serres, *Thèse*, Strasbourg, 1931.

On peut donc affirmer que les sels I et II ont les mêmes paramètres absolus (à un petit multiple entier près) mais qu'ils diffèrent par l'arrangement des atomes à l'intérieur de la maille.

En résumé nous avons montré qu'il existe deux variétés de sulfate de cobalt anhydre qui sont toutes deux cristallisées et de symétrie orthorhombique; elles ont mêmes dimensions de maille cristalline (à un petit multiple entier près) mais des structures différentes et le changement de structure doit être mis en parallèle avec le changement de propriétés magnétiques.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Action de l'acide borique et des borates sur le pouvoir rotatoire du glucose, du galactose et du fructose.* Note de M. E. **Darmois** et Mlle R. **Peyroux**, présentée par M. Ch. Fabry.

D'après Bœseken [1] le glucose augmente la conductibilité électrique de l'acide borique; cet auteur a même déduit de l'étude détaillée de cette action que le glucose α est la forme qui contient deux groupes OH sur deux carbones adjacents et du même côté du plan de l'anneau.

L'effet de l'acide borique sur le pouvoir rotatoire du glucose est cependant très faible. Exemple : une solution aqueuse de glucose 2M, préparée depuis quelque temps, donne [2] $\alpha_V^{2\,dm} = +45°,60$; une solution saturée en acide borique et 0,5 M en glucose donne $\alpha_V^{2\,dm} = +11,41$, soit exactement le quart de la valeur précédente.

Plusieurs auteurs ont signalé au contraire que le borax abaissait $[\alpha]$ pour le glucose; M. Levy et E. A. Doisy [3] ont montré que l'effet n'était pas instantané quand on dissolvait le glucose solide dans la solution de borax, les glucoses α et β donnant d'ailleurs la même rotation finale, inférieure à celle du mélange en équilibre $\alpha \rightleftharpoons \beta$. Exemple : le glucose 0,5 M donne $[\alpha]_D = 52°,5$ dans l'eau pure et 48° dans le borax 0,05 M.

Les variations de $[\alpha]$ sont beaucoup plus grandes quand on emploie des borates plus riches en soude. Avec BO^2Na, $[\alpha]$ devient même négatif, montrant nettement l'existence d'un composé lévogyre entre le borate et le glucose. Nous avons suivi la formation de ce composé en étudiant la mutarotation de mélanges de glucose dissous avec des borates plus ou moins

(1) *Rec. Trav. chim. P.-B.*, 40, 1921, p. 553.

(2) V désigne la raie verte du mercure.

(3) *J. Biol. Chem.*, 84, 1929, p. 749.

riches en soude. L'action du borate est déjà sensible quand la proportion Na : B $= \frac{1}{4}$. A la température de 20°, le mélange de 5^{cm^3} glucose 2M avec 15^{cm^3} BO^2Na 2M donne les rotations suivantes :

Temps (min.)......	1.	1,70.	2,30.	3,10.	3,75.	9.10.	169.
α_V^{2dm}...............	−0,64	−1,50	−1,80	−1,91	−1,94	−1,82	−1,42

On voit que la rotation prend rapidement des valeurs négatives; après avoir atteint un minimum, elle tend vers une limite. La vitesse de la mutarotation dépend nettement de la température. A 1°,5, le même mélange donne les valeurs suivantes :

T........	2.	4.	5,5.	7.	9,2.	11.	14,75.
α_V^{2dm}......	+1,30	0,55	1,05	−1,38	1,76	−1,98	−2,17
T........	17,5.	20.	22,5.	25.	32.	40.	68.
α_V^{2dm}......	−2,21	−2,25	−2,235	−2,26	−2,23	−2,20	−2,17

Le maximum n'est atteint ici qu'après 25 minutes; il est possible dans ces conditions de faire des mesures précises de la vitesse. On constate en même temps que la dispersion rotatoire de la solution est très différente de celle du glucose. Par exemple, pour la solution à (α) minimum, le rapport $(\alpha)_{4358} : (\alpha)_{5780} = 2,50$, alors qu'il est 1,88 pour le glucose pur; on a donc affaire nettement à un mélange du glucose non combiné avec un corps gauche à dispersion plus forte.

Nous avons étudié ainsi des mélanges divers de borate et de glucose, pris à des solutions de concentration équivalente ou non. Si l'on désigne par $\alpha^1_{\prime}$ la rotation minimum correspondant à la première partie de la mutarotation, par α^2_∞ la rotation limite de la deuxième partie, l'expérience montre que les courbes $\log(\alpha - \alpha_\infty) = f(t)$ sont très sensiblement des droites, ce qui permet d'extrapoler graphiquement les rotations initiales α^1_0 et α^2_0 correspondant aux deux parties. Pour les mélanges de Bo^2Na et glucose 2M, à 20°, le tableau suivant donne ces diverses quantités; la dernière colonne indique la rotation qui serait due au glucose seul :

Glucose (cm³).	Borate (cm³).	α^1_0.	α^2_0.	α^2_∞.	α Gl. pur.
2,5	17,5	+0,58	−1,02	−1,02	+5,7
5	15	+2,74	−2,12	−1,42	11,40
7,5	12,5	–	0,00	2,30	17,1
10	10	–	+8,30	13,90	22,80
15	5	–	27,08	32,0	34,2
20	0	45,60	45,60	45,60	45,60

Pour les fortes proportions de glucose, la partie initiale est difficile à suivre; on y arrive en opérant avec des solutions non équivalentes. En construisant la courbe des α_0^1, ou mieux ici des α_0^2, en fonction de la quantité de glucose, on obtient une courbe qui s'écarte considérablement de la droite donnée par les chiffres de la dernière colonne. L'écart le plus grand avec l'additivité correspond à la proportion glucose : borate $= \frac{1}{2}$.

Le composé aurait donc pour formule probable $[2B.Gl]Na^2$. L'ensemble des mesures permet d'étudier sa stabilité; on trouve

$$K = \frac{[\text{Glucose}][\text{Borate}]}{[\text{Complexe}]} = 0,21$$

à 20°. En appliquant la loi d'action de masses au mélange dont la composition est celle du complexe, on calcule que ce mélange doit contenir 67 pour 100 de glucose combiné; le complexe donnerait $[\alpha]_v = -23°,4$.

Nous avons fait des mesures analogues avec le galactose et le lévulose; ces deux sucres donneraient des complexes de même formule et de stabilité voisine dont les $(\alpha)_v$ sont respectivement $-45°,1$ et $+9°,8$. Le lévulose toutefois donne un autre complexe plus stable et lévogyre.

Tous ces complexes sont réalisés en milieu basique; par exemple le pH de $BO^2Na.2M$ est supérieur à 10; la présence du glucose abaisse ce pH, mais la liqueur reste toujours alcaline. La brusque chute initiale de α, par exemple de $+11,4$ à $+2,74$ dans le tableau ci-dessus, ne peut être confondue avec la chute beaucoup plus faible de α du glucose pur en milieu alcalin. Il faut donc admettre que le glucose et le borate se combinent instantanément pour donner un complexe critique ayant la formule indiquée ci-dessus, mais dont l'arrangement interne n'est terminé qu'au bout de quelques minutes. Cette explication de la première partie de la mutarotation est d'accord avec le fait que l'addition d'un sel neutre n'a pas d'effet sur la vitesse de réaction. La deuxième partie de la mutarotation est d'une explication plus difficile; peut-être s'agit-il d'un nouvel arrangement du complexe; la courbe des α_∞^2 conduit en effet à la même formule dans le cas du glucose.

Lévy et Doisy (*loc. cit.*) ont montré que la combinaison était réversible; on retrouve le glucose en acidulant par HCl pour mettre l'acide borique en liberté. Si l'addition de HCl est faite rapidement, on constate que le glucose mis en liberté présente une mutarotation. Exemple 10^{cm^3} d'un mélange glucose-borate 2M sont versés dans 30^{cm^3} environ HCl 0,5 M; on complète à 50^{cm^3} environ et on lit α.

T (min.)	1,60.	2,60.	3,40.	7,00.	10,6.	14,85.	18,00.
α_V^{2dm}	2,79	2,82	2,79	2,75	2,72	2,67	2,645

Le glucose mis en liberté ne peut être du glucose β; nous cherchons à distinguer entre les deux hypothèses du glucose α et du glucose γ (glucofuranose).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'action des essences d'hydrogénation comme stabilisante.* Note (¹) de M. **L. Jacqué**, présentée par M. G. Charpy.

La miscibilité de l'alcool éthylique et de l'essence de pétrole, ainsi que la stabilité des mélanges résultants sont d'autant moins complètes, en règle générale, que le titre de l'alcool est plus faible et que l'essence à un fractionnement plus élevé.

De nombreux travaux expérimentaux ont toutefois montré que les miscibilité et stabilité peuvent être notablement améliorées par l'adjonction de divers tiers-solvants, en particulier du benzol; tout récemment M. Dumanois (*Revue Pétrolifère*, n° 444, 1931, p. 1323 et 1375) a montré l'intérêt des adjonctions de benzol et éventuellement des produits obtenus par les procédés d'hydrogénation.

Sur ce point, nous avons entrepris l'étude de l'action, sur divers mélanges d'essence et d'alcool, des essences (distillant jusqu'à 200°C.) résultant de l'hydrogénation catalytique des produits de carbonisation de la houille.

Nous avons constaté que l'essence d'hydrogénation du goudron primaire exerce sur les mélanges essence de pétrole-alcool une action stabilisante marquée; cette propriété semble d'ailleurs devoir être commune à la plupart des produits légers résultant du traitement des dérivés de la houille par les techniques d'hydrogénation sous pression et doit être principalement attribuée à leur teneur élevée en hydrocarbures aromatiques.

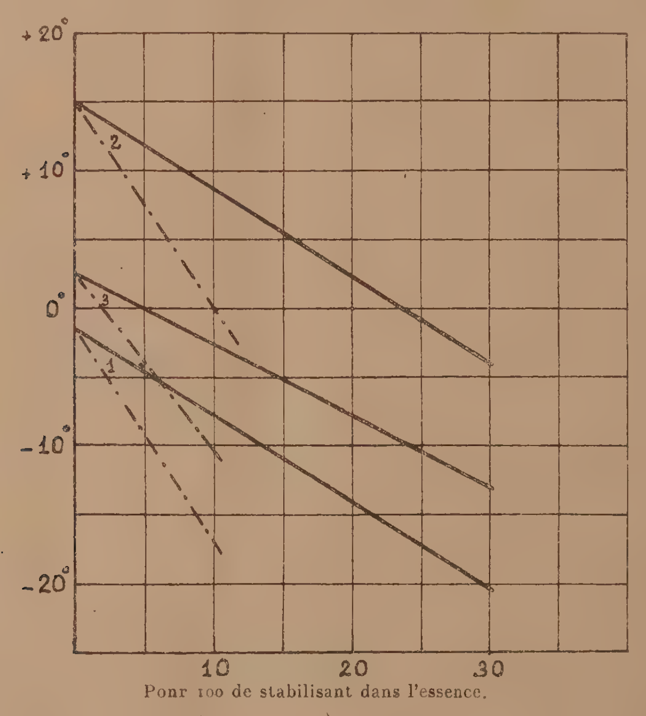
Les expériences suivantes mesurent l'efficacité de cette action : nous avons déterminé les températures de trouble des mélanges essence-alcool dans lesquels une partie de l'essence de pétrole était progressivement remplacée par de l'essence d'hydrogénation de goudron primaire.

Dans chaque série d'essais, la proportion (25 pour 100 en volume) de l'alcool et son titre restaient rigoureusement constants. Les températures

(¹) Séance du 30 novembre 1931.

de trouble sont données par les lignes en trait plein de la figure ci-dessous, en fonction de la teneur de l'essence en essence d'hydrogénation. Les lignes interrompues représentent, à titre de comparaison, l'action stabilisante du benzol.

Les courbes 1 se rapportent au mélange de 75^{vol} d'essence lourde de



Ponr 100 de stabilisant dans l'essence.

Stabilisant ———————— Essence 50. 200° d'hydrogénation de goudron primaire.
Stabilisant —·—·—·—·— Benzol 75. 130°. raffiné pour moteurs (85 °/. < 100°).
Les points expérimentaux n'ont pas été représentés, ils s'alignent sur les droites de la figure à 0°,2 près, ordre des erreurs d'expérience

Grozny ($d_{15} = 0,742$) et de 25^{vol} d'alcool à 99° G.-L. La température de trouble, qui est de — 1°,5 pour le mélange initial, est abaissée au-dessous de — 15° lorsque l'essence de pétrole contient 21 pour 100 (en volume) d'essence d'hydrogénation. Le même résultat peut être obtenu par l'adjonction de 9 pour 100 de benzol.

Les lignes 2 se rapportent de même au mélange de 75^{vol} de la même essence lourde avec 25^{vol} d'alcool à 97°,5 G.-L. On voit que, dans ces conditions, *qui reviennent à introduire environ* 0,4 *pour* 100 *d'eau dans les*

mélanges précédents, la stabilité cesse, en l'absence de stabilisant, *dès qu'on descend au-dessous de* + 15°. Il suffit d'utiliser de l'essence contenant 24 pour 100 d'essence d'hydrogénation de goudron primaire ou 10 pour 100 de benzol pour obtenir la stabilité jusqu'à 0°.

Nous avons étudié d'autre part le mélange de 75^{vol} d'essence *tourisme* ($d_{15} = 0{,}728$) et de 25^{vol} d'alcool; ce mélange reste stable jusqu'à — 15°, s'il s'agit d'alcool à 99, mais il se trouble dès + 2°,5 si l'on ajoute 0,4 pour 100 d'eau. Il suffira, dans ce cas, d'employer de l'essence contenant 24 pour 100 d'essence de goudron primaire ou 10 pour 100 de benzol pour ramener la stabilité au-dessous de — 10° (lignes 3).

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'ammoniac et des amines sur le tétraiodure de germanium.* Note de MM. **T. Karantassis** et **L. Capatos**, présentée par M. G. Urbain.

Le tétraiodure de germanium GeI^4 forme avec l'ammoniac, les amines et la quinoléine des combinaisons où le nombre de molécules de ces bases varie avec leur nature.

Préparation du tétraiodure de germanium, GeI^4. — Le tétraiodure a été préparé par la méthode de MM. J. Bardet et A. Tchakirian ([1]). Un excès d'oxyde de germanium GeO^2 est attaqué par l'acide iodhydrique concentré et chauffé au bain-marie. La solution est évaporée à sec. L'iodure formé est dissous dans le chloroforme. L'excès d'oxyde est séparé par filtration. La solution chloroformique laisse déposer par évaporation des cristaux octaédriques réguliers d'un rouge orangé.

Tétraiodure de germanium et ammoniac. — Si l'on fait passer un courant d'ammoniac sec dans une solution de tétraiodure de germanium dans le tétrachlorure de carbone, un précipité blanc micro-cristallin se dépose. On essore et sèche à l'air. Cette poudre blanche est soluble dans l'eau, et correspond, d'après l'analyse, à la formule : $GeI^4.8NH^3$.

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100....................	71,51	70,87
Ge »	9,72	10,13

Tétraiodure de germanium et éthylamine. — Si l'on fait agir l'éthylamine anhydre et liquide sur le tétraiodure de germanium sec, on obtient,

([1]) Communication personnelle.

après une réaction violente, une masse blanche formée de cristaux prismatiques, solubles dans l'eau et insolubles dans l'éther anhydre qui les attaque lentement. D'après l'analyse le produit correspond à la formule : $GeI^4.6C^2H^5NH^2$.

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100	59,30	59,71
Ge »	8,12	8,53

On obtient le même produit en ajoutant de l'éthylamine à une solution de tétraiodure de germanium dans le tétrachlorure de carbone.

Tétraiodure de germanium et diéthylamine. — Si l'on ajoute une solution de diéthylamine dans le tétrachlorure de carbone à une solution d'iodure de germanium dans le même solvant, on obtient un précipité blanc cristallin formé de petites aiguilles solubles dans l'eau. On essore et sèche à l'air. L'analyse conduit à la formule $GeI^4.10(C^2H^5)^2NH^2$, d'après la contenance en germanium

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100	-	-
Ge »	5,54	5,57

Tétraiodure de germanium et triéthylamine. — On opère comme précédemment avec la triéthylamine. Il se forme un précipité rouge qui essoré et séché devient blanc. Ce produit analysé correspond à la formule $GeI^4, 5(C^2H^5)^3N$

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100	47,53	46,70
Ge »	6,98	6,68

Tétraiodure de germanium et aniline. — Avec l'aniline fraîchement distillée on a un précipité blanc qui essoré et séché donne une poudre blanche légèrement crème, soluble dans l'acide sulfurique étendu, insoluble dans l'éther anhydre et le chloroforme. L'analyse du produit conduit à la formule $GeI^4, 4C^6H^5NH^2$

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100	53,35	53,40
Ge »	7,39	7,61

Tétraiodure de germanium et orthotoluidine. — On opère comme précédemment en mélangeant les solutions d'orthotoluidine et de tétraiodure dans le tétrachlorure de carbone : il se forme un précipité blanc cristallin qui correspond à la formule $GeI^4, 6CH^3.C^6H^4NH^2(o)$.

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100	47,01	47,45
Ge »	5,70	5,93

Tétraiodure de germanium et quinoléine. — On obtient avec la quinoléine, en opérant comme précédemment, un précipité rouge sang, qui, après essorage et séchage sur l'acide sulfurique et dans le vide, devient jaune. C'est une poudre jaune, soluble dans l'alcool méthylique et qui répond à la formule $GeI^4.10C^9H^7N$.

	Trouvé.	Calculé.
I pour 100	27,50	27,10
Ge »	3,71	3,88

Pour analyser les produits ci-dessus on les dissout dans une solution d'acide sulfurique 6N et l'on précipite le germanium à l'état de sulfure. Le sulfure est oxydé par l'acide nitrique concentré. On pèse l'oxyde de germanium. Dans le filtrat du sulfure on dose l'iode.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation de l'alcool éthylique par l'air en présence des catalyseurs charbon-cuivre.* Note (¹) de M. **Martineau**, présentée par M. G. Urbain.

L'oxydation de l'alcool éthylique en aldéhyde, par l'oxygène de l'air, en présence de catalyseurs, a fait l'objet de nombreuses expériences. Les catalyseurs utilisés sont variés, citons en particulier les métaux divisés, le charbon actif, les oxydes métalliques.

Pour les métaux et le charbon, la réaction n'a lieu qu'au-dessus de 100° environ; pour les oxydes, les expériences faites indiquent comme nécessaires des températures allant de 300° environ (ZnO) jusque vers 600° (CuO).

Nous avons cherché à montrer que la réaction se fait à des températures bien plus basses en associant convenablement deux catalyseurs, le cuivre réduit et le charbon actif.

Les vapeurs d'alcool, mélangées d'air purifié, passent dans des tubes à catalyse, l'aldéhyde formé est entièrement absorbé par barbotage de l'air dans de l'eau glacée. Le dosage de l'aldéhyde se fait par méthode colorimétrique, en comparant au réactif de Schiff à une solution connue

(¹) Séance du 16 novembre 1931.

d'aldéhyde. La sensibilité indique une oxydation de l'alcool de l'ordre du 10^{-4}.

1° Le charbon actif utilisé ne catalyse pas la réaction au-dessous de 110°. Il en est de même pour le cuivre réduit. Le mélange des deux corps, bien intimement fait, n'agit pas également au-dessous de cette température.

Il faut atteindre 116°-120° pour que ce mélange donne un commencement d'oxydation ($2,4.10^{-4}$).

2° Le catalyseur actif est obtenu en libérant chimiquement le cuivre sur le charbon. A cet effet, un mélange intime du charbon et d'hydrate (ou carbonate) de cuivre est mis à digérer 24 heures avec peu d'ammoniaque, puis séché à l'étuve (140°). Il suffit de chauffer la poudre obtenue vers 250°, en creuset couvert, pour que le charbon libère le cuivre de l'oxyde.

Le catalyseur est alors extrêmement actif, comme le montrent les résultats suivants pour les divers mélanges :

$(1\,C)\left(\frac{1}{10}\,Cu\right)$.

66°	16.10^{-4}
80	44 »
95	96 »

$(1\,C)\left(\frac{1}{5}\,Cu\right)$.

64°	54.10^{-4}
72	82 »
80	134 »
94	276 »

$(1\,C)\left(\frac{1}{2}\,Cu\right)$.

63°	154.10^{-4}
71	180 »
80	216 »
94	274 »

$(1\,C)(1\,Cu)$.

63°	96.10^{-4}
72	175 »
80	231 »
94	264 »

$(1\,C)(2\,Cu)$.

63°	63.10^{-4}	72°	140.10^{-4}
81	207 »	94	242 »

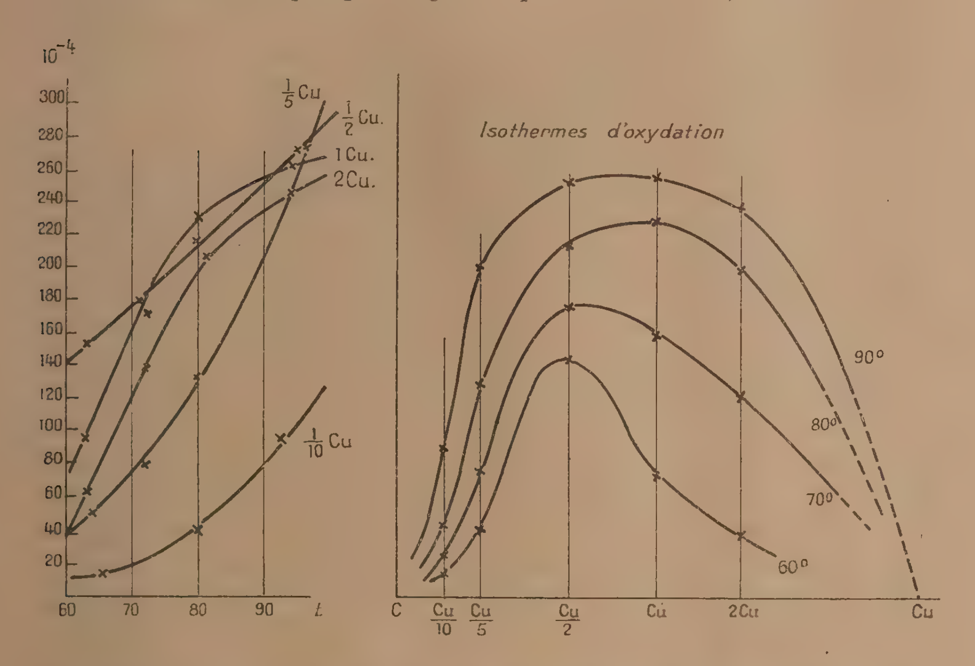
Les résultats obtenus sont alors parfaitement comparables et, si on les rapporte à la composition du catalyseur, les courbes ci-dessous indiquent nettement un maximum d'activité pour une proportion de Cu/C variant de 1/2 à 2/3 suivant la température.

Il est d'ailleurs difficile d'aller au delà de C.2Cu, car la réduction se fait brutalement, avec incandescence, et le catalyseur donne des résultats incertains.

Détails expérimentaux. — Pendant toutes les expériences, le débit des

gaz doit être maintenu le même. La longueur de la colonne du catalyseur est toujours la même (30^{cm}). L'alcool doit être purifié, notamment en vue d'enlever l'aldéhyde qu'il contient. Les premières portions distillées sur de la baryte caustique sont rejetées.

Le charbon actif, quoique n'agissant pas normalement, est lavé à l'eau



bouillante. Le carbonate de cuivre est purifié par plusieurs lavages à chaud dans des solutions étendues de carbonate d'ammonium (présence de SO^4Na^2).

Le dosage colorimétrique donne de bons résultats, en se plaçant toujours dans les mêmes conditions, par comparaison avec le réactif de Schiff. On prend mêmes volumes des solutions à comparer, mêmes volumes de réactif. La température doit être la même. L'action de ces divers facteurs est loin d'être négligeable.

La solution d'aldéhyde servant à l'essai a été prise à 10^{-4} d'aldéhyde pur ($E = 22°$) dans l'eau, mais on a avantage, pour conserver plusieurs semaines une solution de titre invariable, à lui ajouter 10 fois plus de paraldéhyde.

Pour les expériences faites au-dessous de 90°, le catalyseur retient de

fortes quantités d'aldéhyde, qu'il faut enlever par quelques lavages à l'eau.

D'autres expériences sont en cours pour montrer qu'une telle action n'est pas limitée au couple charbon-cuivre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation de l'α-phényléthylamine et son dédoublement en constituants actifs.* Note de MM. **Émile André** et **Charles Vernier**, présentée par M. Delépine.

L'α-phényléthylamine a déjà été l'objet de nombreuses recherches. Julius Tafel l'obtint en 1886 par réduction de la phénylhydrazone de l'acétophénone (¹). Divers modes de préparation ont été préconisés depuis lors; celui qui fait l'objet de la présente Note présente sur les procédés anciens l'avantage d'être facile et de fournir un rendement élevé.

Préparation. — Nous avons obtenu l'α-phényléthylamine en appliquant au bromure secondaire de phénéthyle $C^6H^5—CHBr—CH^3$ une réaction préconisée en 1897 par M. Delépine (²). Elle consiste à combiner les halogénures d'alcoyles avec l'hexaméthylène-tétramine. Cette réaction restait jusqu'ici limitée aux halogénures d'alcoyles primaires; en général les halogénures d'alcoyles secondaires ne réagissent pas et nous avons sans succès essayé de combiner le bromure de butyle secondaire avec l'hexaméthylène-tétramine. Au contraire, le bromure d'α-phénéthyle s'est combiné très facilement avec cette dernière base. La réaction étant pratiquée au sein du chloroforme, nous avons obtenu avec un rendement théorique le bromure de N-α-phénéthylhexaméthylène-ammonium. C'est un produit blanc, cristallisé, peu soluble dans le véhicule au sein duquel il s'est formé et qu'il suffit d'essorer pour l'avoir pur.

Ce produit complexe a été décomposé en le chauffant à reflux avec l'alcool à 95° et l'acide chlorhydrique concentré. On a chassé ensuite par distillation le diéthylformal qui prend naissance. Comme l'a indiqué M. Delépine, plusieurs attaques, suivies chaque fois d'une distillation, sont nécessaires. L'importance de leur nombre et de leur durée est particulièrement marquée dans le cas présent. Pour en donner une idée, les rendements en phényléthylamine de deux opérations conduites différemment ont été de 43 pour 100 (3 attaques brèves) et de 67 pour 100 (4 attaques prolongées).

(¹) *Berichte d. deuts. ch. Ges.*, 22, 1889, p. 1856.

(²) *Bull. Soc. chim.* 3ᵉ série, 17, 1897, p. 290.

Il est donc possible de conduire la réaction de manière à obtenir des rendements de 70 pour 100 environ de la quantité théorique calculée à partir du poids de bromure d'α-phénéthyle mis en œuvre. Lorsque les attaques chlorhydroalcooliques sont terminées, l'amine libérée de son bromhydrate est extraite à l'éther, la solution éthérée est séchée, l'éther récupéré et la base distillée dans le vide (Eb. 87° sous 24^{mm}).

Dédoublement. — L'amine obtenue est le composé racémique. Divers procédés de dédoublement ont été indiqués par Lovén (1), Pope et Harvey (1899) (2), Marckwald et Meth (1905) (3) et Ingersoll (1925) (4). Nous avons suivi pour dédoubler l'α-phényléthylamine la méthode de Lovén, mais en la modifiant. Nous avons utilisé l'action conjuguée des acides *l*-quinique et *d*-tartrique, au lieu d'utiliser les acides *l*-malique et *d*-tartrique; le prix de l'acide *l*-malique est en effet absolument prohibitif.

La solution alcoolique concentrée d'α-phényléthylamine racémique est saturée par l'acide *l*-quinique. Il se forme une bouillie cristalline qu'on essore et qu'on fait recristalliser. Le quinate gauche de l'amine gauche, très soluble dans l'alcool, s'est accumulé dans les eaux mères; celles-ci, évaporées, fournissent un sel dont on peut extraire une base constituée par parties égales d'amine gauche et d'amine racémique.

Pour en retirer l'amine gauche, on suit alors exactement le procédé indiqué par Lovén. Le mélange est combiné au sein de l'eau à l'acide *d*-tartrique en quantité calculée pour obtenir les tartrates acides. Le tartrate droit de base gauche est nettement le moins soluble, il se sépare et peut être purifié facilement par une ou deux recristallisations dans l'eau. On l'obtient en très beaux cristaux.

L'α-phényléthylamine gauche qu'on en retire possède à la température de 18° (tube de 1^{dm}) une rotation de — 38°.

L'amine droite est obtenue avec plus de difficultés, en faisant recristalliser un grand nombre de fois dans l'alcool le *l*-quinate qui se sépare en premier lieu lorsque l'on combine en milieu alcoolique la base racémique avec cet acide. Le sel pur en solution dans l'alcool méthylique à 99° à la dilution 10 (1^g dans 10^{cm^3}) possède un pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]_D^{20} = -10°48'$. On en retire facilement la base droite.

---

(1) *Journ. f. prakt. Chem.*, 2e série, 72, 1905, p. 307.
(2) *Chem. Soc. Trans.*, 75, 1899, p. 1110.
(3) *Berichte d. deuts. ch. Ges.*, 38, 1905, p. 801.
(4) *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 47, 1925, p. 1168.

En résumé, nous avons préparé l'α-phényléthylamine par une méthode non encore utilisée pour sa préparation et qui permet de l'obtenir avec de bons rendements; d'autre part, nous avons amélioré le procédé de dédoublement de la base racémique en évitant l'emploi très coûteux de l'acide malique actif.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la synthèse des aldéhydes [para-alcoxyméthyl] benzoïques.* Note de M. **Sébastien Sabetay**, présentée par M. Delépine.

M. R. Quelet ([1]) décrit la synthèse de l'aldéhyde [para-méthoxyméthyl] benzoïque

$$C^6H^4 \begin{cases} CHO & (1) \\ CH^2OCH^3 & (4), \end{cases}$$

qu'il prépare en traitant le dérivé chloré

$$C^6H^4 \begin{cases} CH^2Cl & (1) \\ CH^2OCH^3 & (4) \end{cases}$$

par l'hexaméthylène-tétramine en solution hydroalcoolique. Il y a quelques années nous avons travaillé nous-même dans cette série, en utilisant une méthode différente. Nos essais n'ayant pas fait l'objet d'une publication, nous donnons ci-après quelques détails sur la préparation de ces aldéhydes.

Par bromuration à chaud (T = 140-150°) du *p*-xylène pur nous avons séparé, à côté d'autres produits bromés, *l'ω.ω.ω'-tribromo-paraxylène* ([2])

$$C^6H^4 \begin{cases} CHBr^2 & (1) \\ CH^2Br & (4), \end{cases}$$

F. 104-105° (éther de pétrole), lequel, chauffé à reflux avec un excès d'éthylate de Na dans l'alcool, nous a donné *l'acétal éthylique de l'aldéhyde [para-éthoxyméthyl] benzoïque*

$$C^6H^4 \begin{cases} CH(OC^2H^5)^2 & (1) \\ CH^2OC^2H^5 & (4), \end{cases}$$

liquide à peine odorant, de saveur brûlante Eb_{14}, 142°. Celui-ci, hydrolysé par chauffage avec de l'eau contenant de l'acide sulfurique et de l'acide

([1]) R. Quelet, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 939.

([2]) Atkinson et Thorpe, *Journ. Chem. Soc.*, 91, 1907, p. 1698.

acétique nous a donné *l'aldéhyde [para-éthoxyméthyl]-benzoïque*,

$$C^6H^4\begin{cases}CHO & (1)\\ CH^2OC^2H^5 & (4),\end{cases}$$

Éb_{14}, 133-134°, liquide [1] à odeur fruitée, dont la *phénylhydrazone* (aiguilles jaunes se décomposant à la longue) fondait à 86° (analyse : N calculé, 11,02 pour 100; trouvé, 11,13 pour 100).

Par action d'un excès de méthylate de Na dans l'alcool méthylique sur l'ω.ω.ω'-tribromo-paraxylène nous avons obtenu avec un rendement quantitatif, un liquide presque inodore, de saveur brûlante, Éb_{16}, 122-123°, représentant *l'acétal méthylique de l'aldéhyde [para-méthoxyméthyl] benzoïque*,

$$C^6H^4\begin{cases}CH(OCH^3)^2 & (1)\\ CH^2O.CH^3 & (4).\end{cases}$$

Celui-ci, hydrolysé, donne *l'aldéhyde* correspondant, dont la *semicarbazone*, cristallisée dans l'eau, fond à 186° (bloc Maquenne). M. R. Quelet trouve pour la même semicarbazone F. 182°.

Une série analogue de réactions avait été étudiée avec l'ω.ω.ω'-tribromo-orthoxylène.

Les propriétés lacrymogènes de certains systèmes bromés nous ont amené à imaginer la méthode de préparation commode de l'ω.ω'-dichloro-paraxylène [2], méthode réalisée en même temps que par nous, mais indépendamment de nous, par M. R. Quelet [3].

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les N-chlorosulfonylamides et les N-chlorosulfonylsulfonamides*. Note de MM. **M. Battegay**, **L. Denivelle** et **J. Meybeck**, présentée par M. Delépine.

La poursuite de notre étude sur les acylhalogènes [4] et plus particulièrement sur le chlorure de sulfuryle [5] nous a conduits à la préparation

---

(1) Au bout de quelque temps l'aldéhyde dépose un corps blanc, cristallisable dans l'eau chaude. Cette substance, à réaction acide, est très probablement l'acide [para-éthoxyméthyl] benzoïque, formé par autoxydation de l'aldéhyde.

(2) S. Sabetay et Y.-Bléger, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **47**, 1930, p. 670. — S. Sabetay, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1109.

(3) R. Quelet, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **47**, 1930, p. 511.

(4) Battegay et Kern, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **41**, 1927, p. 34.

(5) Battegay et Denivelle, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 492; *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **43**, 1928, p. 940; **45**, 1929, p. 691 ; **47**, 1930, p. 606.

des N-chlorosulfonylamides et des N-chlorosulfonylsulfonamides, genres de composés encore connus.

Ces composés sont caractérisés par la présence du radical chlorosulfonyle — SO^2Cl fixé sur l'atome d'azote d'amides et de sulfonamides

$$R - N(\text{acidyle}) - SO^2Cl;$$

R pouvant être un atome d'hydrogène, un radical alcoyle ou aryle. Le groupe acidyle représente aussi bien un reste d'acide carboxylique que d'acide sulfonique.

La présente Note résume les résultats de nos premières investigations sur les dérivés arylés. Il convient de rappeler qu'en faisant réagir, sans précautions particulières, le chlorure de sulfuryle directement sur les arylamides ou arylsulfonamides, il ne se forme que des produits chlorés [1] dans le noyau aryle de l'amine.

Le principe qui permet, par contre, d'aboutir aux composés N-chlorosulfonylés, consiste à mettre en œuvre, non pas les amides et les sulfonamides, mais leurs dérivés métalliques et organométalliques, par exemple, les composés sodés, potassés, organomagnésiens, sur lesquels le chlorure de sulfuryle réagit facilement à basse température. L'opération est effectuée dans un solvant indifférent anhydre, où elle donne lieu à une séparation de chlorure métallique, et la formation du composé N-chlorosulfonylé qui demeure dissous. La liqueur filtrée et concentrée fournit le produit brut qui est purifié par cristallisation, A titre d'exemples, nous donnons les modes opératoires suivants :

Dans un ballon rigoureusement sec, 18g de formanilide sont dissous dans 300 cm^3 d'éther desséché et additionnés de 3g,4 de sodium préalablement finement divisé [2]. On chauffe à reflux jusqu'à disparition complète du métal. L'espèce de bouillie qui en résulte est addifionnée, entre —5 et 0°, goutte à goutte, et en agitant énergiquement, de 20g,2 de chlorure de sulfuryle dans 75 cm^3 d'éther desséché. La liqueur de réaction se fluidifie et sèpare du chlorure de sodium qui est éliminé par filtration. Le filtrat lavé à l'eau glacée est décanté et desséché au moyen du sulfate de sodium. Après évaporation sous vide à sec, il donne un résidu coloré en orangé qui, cristallisé de l'éther, constitue, avec un rendement de 27,4 pour 100, des cristaux blancs et inodores

---

(1) L. Wenghöffer, *Journ. f. prakt. Chem.*, 16, 1877, p. 448; A. Wohl et F. Koch, *D. chem. Ges.*, 43, 1910, p. 3295; Schuloff, Pollak et Riesz, *D. chem. Ges.*, 62, 1929, p. 1846; J. Meybeck, *Thèse de doctorat*, 1931.

(2) Division obtenue par agitation dans du toluène bouillant. La préparation habituelle de la formanilide sodée par traitement de la formanilide en solution aqueuse par la soude caustique semble compromettre la réaction.

de N-chlorosulfonylformanilide $C^7H^6O^3NSCl$ ou $C^6H^5.N(CHO).SO^2Cl$, fondant à 80-81°.

Nous avons préparé de la même manière les N-chlorosulfonylacétanilide (P.F. 75°) et benzanilide (P.F. 109°,5-110°) ainsi que les N-chlorosulfonyl--*p*-toluène-sulfoneanilide (P.F. 139°), *o*-toluidide (P.F. 108°), *m*-toluidide (P.F. 126°) et *p*-toluidide (P.F. 166°).

Dans le cas de la N-chlorosulfonylbenzanilide, la formation de la combinaison métallique de la benzanilide ([1]) par action de sodium, potassium ou amalgame de sodium sur la benzanilide est difficile. En conséquence, nous avons préféré mettre en œuvre un dérivé organomagnésien avec la précaution d'utiliser, pour éviter les réactions secondaires que donne le chlorure de sulfuryle avec les bromo- et les iodomagnésiens, du chlorure de propylmagnésium.

Dans un ballon rigoureusement sec, $26^g,0$ de benzanilide, en suspension dans 200^{cm^3} d'éther anhydre, sont traités par le magnésien obtenu en faisant réagir 12^g de chlorure de propyle normal sur $3^g,64$ de magnésium, suivant la méthode classique de M. Grignard. La réaction est pour ainsi dire instantanée et se traduit par un dégagement de propane. Dès que ce dégagement a cessé, la liqueur de réaction est refroidie à une température voisine de 0° puis additionnée goutte à goutte, sous bonne agitation, de $20^g,2$ de SO^2Cl^2 dilué par 70^{cm^3} d'éther desséché. Après avoir abandonné le produit de réaction pendant quelques heures, il est filtré pour séparer un précipité qui n'est que partiellement soluble dans l'eau; la partie insoluble, encore à identifier, présente les réactions du chlore, du soufre et du magnésium. Le filtrat éthéré, évaporé sous vide à sec, conduit avec un rendement de 58 pour 100 à la N-chlorosulfonylbenzanilide.

D'une manière générale les différents composés N-chlorosulfonylés obtenus sont des produits bien cristallisés, stables à sec. L'eau qui, à froid, est presque sans action, produit toutefois, à la longue, une hydrolyse dont la vitesse dépend de la nature du radical acidyle. Cette vitesse est plus grande dans le cas du dérivé de la formanilide que dans celui du dérivé de l'acétanilide, lequel s'hydrolyse plus rapidement que le dérivé de la benzanilide. Les N-chlorosulfonyle-sulfonamides sont encore plus réfractaires à cette action hydrolysante. Il y a d'autre part une différence entre les dérivés d'amides et de sulfonamides, du fait que les premières forment, par suite de cette hydrolyse, des acides carboxylique, chlorhydrique et sulfurique alors que les secondes ne conduisent, dans les mêmes conditions, qu'à la sulfonamide et aux acides chlorhydrique et sulfurique.

Les tentatives de saisir les acides N-sulfoniques libres, en traitant, avec ménagement les composés N-chlorosulfonylés, par de l'alcali dilué puis par de l'acide dilué, n'ont pas réussi jusqu'à présent. Elles ont conduit aux pro-

---

([1]) WHEELER, *Am. Chem. Journ.*, 28, 1900, p. 453.

duits d'hydrolyse mentionnés plus haut. La formation intermédiaire des sels alcalins de ces acides N-sulfoniques ne fait, par contre, pas de doute. Elle a pu être contrôlée, d'une manière générale, par des titrations acidimétriques, et dans le cas de la N-chlorosulfonylacétanilide, nous avons pu isoler et identifier le sel de sodium.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mode d'action des catalyseurs de scission dans le cracking hydrogénant des hydrocarbures à noyau polycyclique.* Note de MM. **Andre Kling** et **Daniel Florentin**, présentée par M. Camille Matignon.

Nous avons rappelé [1] les principes qui président à la transformation des hydrocarbures lourds en hydrocarbures légers, dans le cracking hydrogénant.

Or les hydrocarbures à noyau polycyclique, de la série aromatique, sont particulièrement stables à haute température et l'on ne peut les transformer en carbures benzéniques qu'en faisant agir sur eux, outre l'hydrogène et la chaleur, des catalyseurs dits de rupture.

Dès 1925 nous avons indiqué que les chlorures terreux, ou ceux du groupe du fer, abaissent notablement le seuil de décomposition des hydrocarbures polybenzéniques.

Il a été proposé depuis, dans le même but, d'utiliser le soufre et les oxydes de molybdène. Le mode d'action de ce mélange est assez différent de celui du chlorure d'aluminium, car les oxydes de molybdène agissent, ainsi que nous l'avons déjà montré, comme des catalyseurs hydrogénants; la chaîne cyclique des hydronaphtalines formées par hydrogénation, qui est moins stable que celle de la naphtaline, s'ouvre assez aisément sous l'action de la chaleur.

Les oxydes de molybdène, l'oxyde de nickel et les autres catalyseurs hydrogénants, utilisés seuls, déterminent la transformation partielle de la naphtaline en carbures benzéniques, mais le rendement obtenu est très faible; celui-ci est augmenté lorsqu'on adjoint aux catalyseurs hydrogénants, soit du soufre, soit surtout de l'acide sélénieux. Néanmoins, ainsi que le montrent les chiffres ci-après, les catalyseurs du type chlorure d'aluminium sont nettement plus actifs, en l'absence d'eau.

---

[1] Voir *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1023.

Ils permettent la transformation aisée de certains résidus de distillation du goudron : soit les huiles de naphtaline et d'anthracène, soit des fractions condensées des goudrons primaires, soit même certaines variétés de houille (en faisant intervenir ici également d'autres catalyseurs), en hydrocarbures benzéniques : en particulier benzène, toluène, *o*-xylène. Nous signalerons qu'à la faveur de ce procédé d'hydrogénation, on possède une méthode qui permet d'obtenir, en partant de la houille, ou de ses dérivés immédiats, des quantités, en principe illimitées, de carbures benzéniques, c'est-à-dire un carburant vraiment national, puisque tiré entièrement du sol français et qui, en outre, est apte à fournir nombre de substances utiles à l'industrie des colorants, des explosifs et des parfums.

Résultats numériques obtenus dans une bombe de laboratoire de 2 litres.

Catalyseurs.	Température maxima.	Durée de la réaction.	Pression maxima en kg-cm².	Rendement — Fraction <120°.	Rendement — Fraction 120-180°.	D_{15} de la fraction <120°.
Naphtaline.						
Mo^2O^5	485°	240ᵐ	250	5,4	22,0	0,840
NiO	487	240	280	6,5	7,0	0,872
MoS^2	492	210	270	24,5	13,1	0,875
$MoO^3 + S$	487	200	245	20,7	23,0	0,885
$MoO^3 + SeO^2$	485	180	280	21,0	18,0	0,873
Al^2Cl^6 (2 %)	487	230	290	26,5	20,0	0,880
Anthracène.						
Mo^2O^5	475	180	225	2,0	4,0	-
Al^2Cl^6	475	240	230	18,0	15,0	0,862

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un procédé de préparation du cétène.* Note de Mlle **Églantine Peytral**, transmise par M. Paul Sabatier.

Les procédés de préparation du cétène $CH^2 = CO$ actuellement décrits ne permettent pas d'obtenir, de suite, un gaz pur.

J'ai signalé [1], après Wilsrudre, la présence du cétène en proportion importante, 30 pour 100, dans les produits de cracking de vapeurs d'an-

---

(1) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 35, 1924, p. 960.

hydride acétique; la décomposition hydrogénée brusque de ces vapeurs s'effectue selon le *principe de la moindre déformation moléculaire* énoncé par M. J. A. Muller.

Réaction primaire :

$$\begin{matrix} CH^3CO \\ CH^3CO \end{matrix}\!\!>\!O = CH^2 = CO + CH^3CO^2H.$$

Il paraissait donc possible d'arriver à une *préparation* du cétène en isolant cette réaction primaire. J'ai réalisé l'expérience : le gaz obtenu est à plus de 99 pour 100 de cétène.

Les vapeurs d'anhydride acétique passent, à raison de 135 à 140^{mg} par seconde, dans un tube de platine de 2^{mm} de diamètre intérieur, maintenu, sur une longueur de 6 à 7^{cm}, à une température de 800°.

Une petite fraction seulement de l'anhydride est décomposée en cétène et acide acétique. Cet acide et l'excès d'anhydride sont condensés dans un réservoir en platine maintenu à 0°, les produits gazeux sont recueillis sur le mercure : 99 à 99,5 pour 100 de cétène, 1 à 0,5 pour 100 de gaz non absorbable par l'eau et composé principalement d'oxyde de carbone et d'éthylène.

Le cétène est rapidement dissous dans l'eau : le titre barytique de la solution est celui de l'acide acétique correspondant au volume de cétène mesuré.

D'autre part, la liqueur acide provenant de la dissolution de $165^{cm^3},6$ (à 0 et 760^{mm}) de cétène est traité par un excès d'oxyde d'argent. Après filtrage l'évaporation à sec laisse $1^g,2247$ d'un beau produit cristallisé. Acétate calculé pour $165^{cm^3},6$ de cétène : $1^g,2339$.

$0^g,4793$ de ce produit cristallisé sont brûlés dans le tube en quartz d'analyse :

	Trouvé.	Calculé pour CH^3CO^2Ag
C	14,35	14,38
H	1,90	1,81
O	»	19,17
Ag	64,51	64,68
		100,00

J'étudie la décomposition hydrogénée de ce cétène pur.

GÉOLOGIE. — *Les restes organiques et les roches oolithiques des formations sédimentaires anciennes de l'Afrique Équatoriale française (Bassins du Niari et de la Nyanga).* Note de M. V. **Babet**, présentée par M. L. Cayeux.

On sait que les formations anciennes du Congo sont complètement dépourvues de fossiles macroscopiques, ce qui rend ingrate l'étude géologique de cette importante région. Les premiers restes d'organismes ont été décrits par M. Cayeux ([1]). Ils provenaient de spécimens recueillis par l'ingénieur des mines Barrat et d'échantillons que j'avais rapportés de ma première mission en A.E.F. A la suite de cette découverte, je me suis efforcé, au cours de mon second séjour, de recueillir des échantillons de toutes les roches dont le faciès laissait supposer la présence de restes d'organismes. Les matériaux rapportés proviennent de divers niveaux de la série schisto-calcaire du Niari et de la Nyanga. Ce sont : 1° des calcaires oolithiques plus ou moins cristallisés, à la surface desquels se détachent souvent de petites masses d'oolithes agglomérées comme des œufs de poissons; 2° des calcaires tachetés, rosés, à structure rubanée avec des sortes de nervures que l'érosion a parfois mises en saillie, et qui ont l'aspect d'algues. A la partie supérieure ces calcaires passent à un horizon à fines aiguilles de calcite caractéristiques; 3° des calcaires silicifiés et des « cherts » qui sont à proprement parler des quartzolithes, dans lesquels on distingue des lits contenant pêle-mêle des oolithes, de petits bâtonnets, de petites nervures; 4° des roches siliceuses à petites oolithes discoïdales, trouvées dans les affleurements de roches « siliceuses polymorphes »; 5° des roches oolithiques noires de la zone des calcaires et des dolomies fétides. J'ai en outre rapporté quelques roches oolithiques du Bas Congo Belge (environs de Kisantu).

Un premier examen a permis d'y distinguer :

a. Des restes d'organismes de nature indiscutable, notamment des *Siphonées*, d'un type non encore signalé, à structure bien conservée ([2]), et

---

([1]) L. Cayeux, *Existence de deux groupes d'algues à structure conservée dans le système schisto-calcaire du Congo français* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 231).

([2]) Des Siphonées verticillées ont été trouvées par M. Cayeux dans les calcaires du Bas Congo Belge (niveau de Lukunga). L. Cayeux, *Existence de restes organiques et notamment d'algues siphonées verticillées dans le système schisto-calcaire du Congo Belge* (*Comptes rendus*, 193, 1931, p. 11).

des thalles d'algues allongés, silicifiés et fossilisés de la même manière, des formes en cellules rondes ou ovoïdes avec de nombreuses vacuoles arrondies;

b. Des formes aberrantes à structure concentrique très fine dont il est impossible pour le moment de dire si elles relèvent d'algues ou du groupe des oolithes;

c. Des oolithes typiques globuleuses ou ovoïdes, les unes à gros grains, d'autres à structure très fine;

d. De fausses oolithes dues à un concrétionnement au sein de la boue calcaire lors de sa cristallisation.

En attendant que l'étude microscopique fournisse des indications sur l'âge de ces roches, et nous éclaire sur les conditions de leur formation, on peut dire, qu'abstraction faite des restes organiques, les oolithes à structure fine suffisent pour exclure toute idée de formation en milieu lacustre. Ces oolithes pourront aussi dans une certaine mesure servir pour caractériser des niveaux, et établir des raccords entre des régions éloignées.

L'étude de ces calcaires soulève encore l'important problème de leur intense silicification. On sait en effet que la silice des formations calcaires provient généralement d'éléments de nature organique tels que spicules d'Éponges, Radiolaires, etc. pour le moment absolument inconnus dans les calcaires du Congo.

GÉOLOGIE. — *Sur l'étage Albien en Chartreuse* (*Isère et Savoie*).

Note de M. **Breistroffer**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Gault de la Chartreuse restait peu connu lorsque Charles Jacob entreprit ses travaux, qui l'amenèrent à diviser cet étage en 4 zones devenues classiques (zones III et VI). Déterminant des fossiles de Cucheron près d'Entremont (récoltes Ch. Lory et J. Révil) et de Rochepleine (P. Reboul), il concluait à l'existence des zones III, IV et V, cette dernière représentée par *Turilites Robertianus* d'Orb. à La Ruchère; au-dessus, la zone VI serait absente par émersion, d'où, peut-être, les différences fauniques entre les types VI*b* du Vercors et VI*a* de la Perte du Rhône, régions séparées, dans cette hypothèse, par le massif émergé de la Chartreuse. Au-dessous, la « lumachelle », avec *Cidaris gaultina* Forbes, se rapporterait à la zone III (niveau de Clansayes); incrustés sur sa surface supérieure, P. Reboul a ramassé à Rochepleine *Phylloceras Guettardi* Rasp., *Douvilleiceras Bigoureti* Seunes, *D. clan-*

sayense Jacob, *D. nodosocostatum* d'Orb., c'est-à-dire une faune comparable à celle de l'extrémité Nord du Vercors ([1]).

Plus tard, A. Demay ([2]) a trouvé à la Frassette, vers Saint-Pierre-d'Entremont, un gisement de la zone IV, avec *Parahoplites Milletianus* d'Orb. Puis F. Demoly ([3]) retrouva à Cucheron de nombreux fossiles (dét. E. Roch), qu'il attribua aux zones III et IV, confirmant ainsi la lacune des deux horizons supérieurs admise par A. Demay à la suite de Ch. Jacob.

Des recherches nouvelles m'ont prouvé que le Gault de la Chartreuse est complet, comme celui de la Perte du Rhône et du Vercors.

Zone III. — A La Frassette, un banc phosphaté contient des fossiles non roulés des zones III et IV, de couleur claire, dont aucun n'est incrusté dans la lumachelle, laquelle reste bien distincte et par suite antérieure à la zone de Clansayes, richement représentée au-dessus par *Parahoplites Nolani* Seunes (13 ex.), *P. Bigoti* Seunes, *Douvilléiceras Martini-orientalis* Jacob, *D. clansayense* Jacob, *D. nodosocostatum* D'Orb., *D. Migneni* Seunes, *D. Bigoureti* Seunes (15 ex.).

Zone IV. — Bien caractérisée : *Leymeriella rencurelensis* Jacob à Cucheron. Plus différente du type Rencurel ([4]) que du type Perte du Rhône, surtout à La Frassette : *Parahoplites Milletianus-clavata* Fritel, *P. Uhligi* Collet, *Pleurotomaria Rhodani* D'Orb. (30 ex.), *Cerithium Rhodani* Pict. et R., *Aporrhais cingulata* Pict. et R., *Arca carinata* Sow. (28 ex.), *Mactra gaultina* Pict. (8 ex.), *Ostrea arduennensis* D'Orb., *Janira quadricosta* Sow., *Astarte Rhodani* Pict. et C., *Dentalium Rhodani* Pict. et R.

Zone V. — La Ruchère, Cucheron, avec *Hoplites denarius* Sow. *H. auritus* Sow.

Zone VI. — Existe au Nord comme au Sud. A Rochepleine, *Mortoniceras* cf. *inflatum* (Coll. W. Kilian), *Turrilites Bergeri* Brongn., *Scaphites Hugardianus* Pict. (Coll. Reboul). A Cucheron : *Mortoniceras Candollianum* Pict. (Coll. Demoly), *M.* cf. *inflatum* Pict. et R., *Scaphites Meriani* Pict. et R. (Coll. Demoly), *Turrilites* cf. *Bergeri* Brongn. Le mauvais état des *Mortoniceras* (8 ex.) ne permet pas de préciser leur valeur spécifique, mais ces formes à côtes mousses n'existent qu'à partir de la zone VI. Le type VI*b* est caractérisé par *Turrillites Bergeri* Brongn., le type VI*a* pourrait exister avec *Mortoniceras Candollianum* Pict.

La Chartreuse n'était pas émergée au Vraconnien. Au Nord, A. Jayet ([5])

([1]) J'ai en effet trouvé à Sassenage parmi les fossiles albiens remaniés dans le Sénonien *Parahoplites Nolani* Seunes, *P.* cf. *Bigoti* Seunes, *Douvilléiceras clansayense* Jacob.

([2]) A. Demay, *C. R. somm. Soc. géol. de France*, 28, 5 novembre 1928, p. 234.

([3]) F. Demoly, *Ibid.*, 29, 4 février 1929, p. 41.

([4]) Qui s'étend jusqu'à Sassenage, où j'ai trouvé *Leymerielle rencurelensis* Jacob, *Acanthoceras Gevreyi* Jacob, *Uhligella convergens* Jacob, *U. Walleranti* Jacob.

([5]) A. Jayet, *C. R. séances Soc. Phys. et Hist. nat. Genève*, 41, III, 1924, p. 34.

a montré qu'à la Perte du Rhône, la zone VI*b* à *Inflaticeras rostratum* Sow. surmonte le grès brunâtre VI*a*. Au Sud, j'ai trouvé à Sassenage ([1]) des fossiles de la zone VI*a* mélangés aux espèces de la zone VI*b* signalées par W. Kilian et J. Dinitch ([2]); il y a donc continuité de sédimentation depuis III jusqu'à VI, en Chartreuse comme dans le Nord du Vercors et comme à la Perte du Rhône.

Conclusion. — Le Gault de la Chartreuse est complet, y compris le Vraconnien avec le type faunique VI*b* superposé au type faunique VI*a*.

La lumachelle est un faciès d'âge variable, soit contemporain de la zone III (les Jarrands en Vercors), soit antérieur à l'horizon de Clansayes, qui est fossilifère au-dessus. Elle pourrait représenter localement l'Aptien supérieur.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence de trois termes comparables à ceux du Trias germanique dans les Corbières orientales.* Note de M. **Louis Barrabé**, présentée par M. Charles Jacob.

A la base de la série sédimentaire qui repose en transgression sur le bord sud-est et est du Massif paléozoïque de Mouthoumet, se rencontre une formation, presque continue, comportant de bas en haut les trois termes suivants :

a. Des poudingues, des grès et des marnes rouges recouvrant en discordance le Paléozoïque plissé.

b. Des calcaires et des calcaires dolomitiques gris ou jaunâtres, des marnes gris verdâtre ou panachées de vert et de rouge, et des calcaires en bancs peu épais ou en plaquettes gris ou bleuâtres.

c. Des marnes rouges à gypse et à quartz bipyramidés.

Ce dernier niveau est surmonté par le Lias, plus ou moins complet suivant les points étudiés.

Si l'âge du terme supérieur n'a donné lieu à aucune discussion, car c'est manifestement du Keuper avec son faciès typique, il n'en a pas été de même pour les deux autres termes qui, n'étant pas fossilifères, ont été rap-

---

([1]) Outre *Mortoniceras inflatum* Pict. et R. (12 ex.) et *Turrilites Bergeri* Brongn. (14 ex.), le Gault de Sassenage m'a fourni *Mortoniceras* cf. *Hugardianum* D'Orb., *M.* cf. *Candollianum* Pict., *Turrilites Morrisi* Schar.

([2]) W. Kilian et J. Dinitch, *C. R. somm. Soc. géol. de France*, 20, 2 février 1920, p. 32.

portés soit au Trias inférieur et moyen (Magnan), soit en partie au Trias et en partie au Lias (interprétation admise sur les feuilles de la carte géologique au $\frac{1}{80000}$ de Quillan et de Perpignan), soit enfin totalement au Lias (M. G. Dubar [*Études sur le Lias des Pyrénées françaises* (*Mém. Soc. Géol. du Nord*, 1925, p. 127)]. Cette dernière opinion entraîne nécessairement l'existence de chevauchements très importants du Keuper et des niveaux jurassiques et crétacés qui le surmontent, sur le Lias autochtone du Massif de Mouthoumet.

J'ai montré précédemment ([1]) qu'il n'existait aucune raison valable de rattacher au Lias inférieur les poudingues et grès rouges de base *a*, sans pouvoir alors préciser l'âge des calcaires *b*. Une étude plus approfondie de ce problème m'a conduit cette année à rapporter entièrement au Trias les trois termes de la formation décrite précédemment et M. Charles Jacob, qui m'a accompagné dans une visite rapide de la région, a bien voulu adopter ma manière de voir.

Le seul argument valable invoqué par M. Dubar en faveur de l'âge liasique des calcaires *b* est l'existence d'une faune rhétienne dans ce niveau au pied Sud-Est du Sarat Redonnet, à 4^{km} environ au Sud de Tuchan; or, en ce point particulier, on est en présence d'une zone écrasée comportant à la fois, outre les trois termes de la formation décrite plus haut, du Lias et du Cénomanien. Le niveau de calcaires en plaquettes, qui a fourni une faunule infra-liasique, est en relation peu nette avec les couches voisines et doit, selon toute vraisemblance, être entièrement indépendant des calcaires *b*. L'existence de débris de Diadematidés signalée d'autre part par M. Dubar dans des bancs calcaires de ce même terme *b* au nord de Tuchan n'est nullement incompatible avec un âge triasique.

Par contre divers arguments peuvent être invoqués en faveur de l'attribution au Trias de l'ensemble des trois termes *a*, *b* et *c*. Le plus important de ces arguments est la continuité presque parfaite des trois termes de la formation du Secondaire. En effet, malgré quelques variations de faciès et d'épaisseur, on suit ces trois niveaux depuis la région de Massac jusqu'au Torgan, dans le synclinal Massac-Mongaillard, puis sur tout le pourtour Ouest, Nord et Est de la montagne de Tauch, enfin depuis Tuchan (bord Est de cette montagne) jusqu'aux abords de Durban. Dans cette dernière région toutefois, les divers niveaux s'amincissent et ne s'observent plus

([1]) L. Barrabé, *Sur l'âge des conglomérats et marnes rouges de la région de Tuchan* (Aude) (*C. R. somm. Soc. géol. de Fr.*, 1931, p. 860).

qu'en lambeaux discontinus. Les variations de faciès les plus notables le long de ces affleurements sont les suivantes :

1° Les poudingues rouges de base sont presque entièrement siliceux avec nombreux éléments de quartz blanc et de lydienne lorsqu'ils reposent sur un substratum paléozoïque schisteux (Silurien ou Carbonifère); par contre, ils se chargent d'éléments calcaires et parfois présentent un ciment calcaire lorsqu'ils reposent sur les calcaires dévoniens. Dans ce cas, ils peuvent même faire défaut; et ce sont des dolomies ou des calcaires dolomitiques *b* qui surmontent directement le Primaire.

2° Le terme moyen *b* comporte très généralemeut trois horizons qui varient légèrement comme constitution lithologique d'un point à l'autre : les calcaires dolomitiques massifs inférieurs du synclinal de Massac-Montgaillard passent vers l'Est (Montagne de Tauch et entre Tuchan et Durban) à des calcaires massifs jaunâtres et à des dolomies roses ou jaunes; les marnolites panachées intermédiaires de la région Massac-Montgaillard-le Torgan, correspondent à des marnes blanchâtres ou verdâtres près de Tuchan; enfin les calcaires supérieurs, bien lités généralement, sont surtout bien développés dans la vallée du Torgan, mais ne présentent le faciès de calcaires à empreintes vermiformes que dans la Montagne de Tauch et plus loin vers l'Est.

3° Par contre le Keuper, formant le terme supérieur *c*, ne montre pas de variations de faciès appréciables.

En résumé, et malgré l'absence de fossiles dans les formations intercalées entre le Keuper et le Primaire des Corbières orientales, il ne peut guère subsister de doute sur l'âge triasique de ces formations. Il est probable qu'on est en présence d'un Trias complet à faciès germanique où les poudingues et grès de base *a* correspondent aux grès bigarrés et où le terme calcaire *b* représente le Muschelkalk avec peut-être un horizon moyen lagunaire, équivalent du *groupe de l'anhydrite*. Cependant il est possible également que les poudingues de base soient au moins en partie permiens, comme on l'admet dans les Pyrénées.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude du rayonnement infrarouge émis par l'atmosphère terrestre.* Note de M. J. **Devaux**, présentée par M. Ch. Fabry.

On sait que le rayonnement émis par l'atmosphère joue un rôle fondamental dans l'économie thermique du globe terrestre. L'atmosphère étant à une température relativement basse, rayonne surtout dans les grandes longueurs d'ondes (le maximum d'émission du corps noir à 0° se trouve vers 10^{μ}). A l'heure actuelle nos connaissances sur ce sujet proviennent de deux sources très différentes :

1° On a souvent étudié le rayonnement émis par l'atmosphère; mais, comme cette émission est faible, on a mesuré globalement le rayonnement énergétique; tout au plus, à ma connaissance, a-t-on utilisé des filtres très peu sélectifs.

2° Différents auteurs ont étudié en laboratoire les spectres d'émission et surtout d'absorption des constituants de l'atmosphère. Il résulte de ces travaux que la vapeur d'eau doit jouer un rôle prépondérant dans l'émission de l'atmosphère; l'acide carbonique doit intervenir mais beaucoup moins; enfin l'ozone atmosphérique peut jouer un rôle appréciable si sa température est assez élevée.

Il m'a donc paru intéressant d'étudier le rayonnement de l'atmosphère dans le spectre. Une telle étude est difficile, car on ne dispose que d'une énergie très faible. De plus je poursuis cette étude à l'observatoire du Pic du Midi (2860^{m}), ce qui procure avec certains avantages des difficultés spéciales (accumulation de la neige, formation de givre, sublimation, perturbations produites par les brusques variations de pression atmosphérique, etc.). Toutefois, après différents tâtonnements, j'ai construit un spectrographe à prisme de sel gemme, comportant comme appareil récepteur un radiomicromètre de sensibilité réglable, qui m'a permis d'obtenir quelques résultats. En utilisant des fentes très larges et, par suite, un pouvoir de résolution très médiocre, on peut obtenir, par exemple, des déviations du spot de quelques millimètres à un mètre lorsqu'on étudie le rayonnement vers 10^{μ} d'un corps à 0°, l'appareil étant à + 10° (résolution des spectres limitée à $0^{\mu},5$ ou 1^{μ} vers 10^{μ}; inertie 1 à 2 minutes).

L'appareil est étudié pour obtenir une bonne stabilité. Mais il ne faut pas perdre de vue que les déviations du spot mesurent la différence entre le rayonnement du corps noir à la température de l'appareil et le rayonne-

ment à étudier. Dans ces conditions le rayonnement venant du ciel (au voisinage du zénith) produit toujours une déviation « vers le bas » correspondant à un refroidissement de la soudure active (l'appareil est à une température voisine de celle de l'air extérieur). La courbe spectrale du rayonnement du ciel obtenue aussi bien le jour que la nuit, comparée à celle d'un corps noirci de température connue, présente les particularités suivantes :

a. A première vue la courbe a une forme assez analogue à celle du corps noir dont la température serait inférieure à celle de l'appareil. Toutefois les déviations appréciables se produisent dans un intervalle de longueur d'onde plus étroit; à partir de 14^{μ} elles ne sont plus appréciables. On a, en gros, une large bande entre 8^{μ} et 14^{μ}, correspondant à une faible émission du ciel.

b. Lorsque la stabilité est bonne, on constate la présence d'une petite bande vers 5^{μ} correspondant aussi à une faible émission.

c. Sur les bons enregistrements obtenus par ciel pur, on constate, à l'endroit des déviations maxima de la bande principale, l'existence d'un petit maximum secondaire d'émission vers 10^{μ}.

J'interprète ces particularités de la manière suivante :

a. La grande région de faible émission (entre 8^{μ} et 14^{μ}) s'explique par le fait que la vapeur d'eau présente une faible absorption et, par suite, une faible émission dans cette région. L'acide carbonique intervient peut-être en limitant les déviations vers les grandes longueurs d'onde.

b. La petite bande vers 5^{μ} correspond également à une région de transparence relative de la vapeur d'eau et de l'acide carbonique.

c. Par contre la bande vers 10^{μ} qui correspond à un maximum d'émission ne semble pas due à la vapeur d'eau ni à l'acide carbonique. Mais K. Ångström a constaté et j'ai retrouvé moi-même dans cette région en étudiant le spectre solaire une forte bande d'absorption, attribuable à l'ozone, d'après les études au laboratoire. On a donc une forte raison de croire que la bande vers 10^{μ} que j'ai trouvée dans le spectre du ciel est une bande d'émission de l'ozone atmosphérique.

On peut alors penser que l'étude de l'absorption du rayonnement solaire dans cette région d'une part, et l'étude du spectre d'émission de l'atmosphère d'autre part, doit permettre de calculer la température de l'ozone. Cependant l'interprétation des résultats n'est pas très simple. Si pour simplifier on admet que la température de l'ozone est uniforme, mes mesures, bien qu'imparfaites, montrent que cette température n'est pas très élevée.

Mais cette hypothèse n'est pas fondée. Il faudrait donc, pour calculer les températures des différentes couches d'ozone, admettre une loi de répartition de cette température en fonction de l'épaisseur. Le calcul nécessite alors la connaissance de la variation de la transmission en fonction de la masse traversée; il serait hasardeux d'admettre la loi exponentielle, car j'ai utilisé un pouvoir de résolution très faible.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *La visibilité du Mont Blanc au sommet du puy de Dôme.* Note de M. **J. de Lagaye**, présentée par M. Ch. Maurain.

Du sommet du puy de Dôme, par des journées claires d'hiver ou d'automne, on voit, dans une échancrure des monts du Forez, trois cimes neigeuses des Alpes; la plus haute d'après J.-R. Plumandon est le Mont Blanc, les autres sont le Mont Maudit et le Mont Blanc du Tacul. Avant le lever du soleil, les cimes ont une couleur gris moyen ou rose en opposition avec les premières lueurs du levant; en pleine lumière elles paraissent blanches sous un ciel bleu pâle, puis leurs contours se confondent avec les nuages élevés ou sont voilés par la brume. Le tableau suivant, résultat de dix années d'observations (1921-1930) montre que le phénomène est fréquent le matin; l'hiver, on peut même l'observer trois ou quatre jours consécutifs :

Heures.	J.	F.	M.	A.	M.	J.	J.	A.	S.	O.	N.	D.	Total.
6	22	20	7	4	–	1	–	1	3	19	29	4	110
7	50	21	3	1	–	–	–	2	2	6	28	29	142
9	6	4	2	1	–	–	–	–	2	5	8	5	33
12	9	2	1	1	–	–	–	1	–	2	10	5	31
15	10	–	1	1	–	–	–	–	–	1	6	7	26
18	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	1
Total	97	47	14	9	–	1	–	4	7	33	81	50	343

Ces résultats confirment des remarques antérieures sur la visibilité des objets éloignés. Au mont Revard (1522^{m}) près d'Aix-les-Bains, on sait que la visibilité est plus grande l'hiver. Thury a fait la même observation sur la visibilité des hautes cimes; un auteur anonyme a signalé que celles-ci sont observables avant le lever du soleil, parce que l'air est calme et peu chargé de vapeur d'eau.

Influence de l'humidité. — La tension de vapeur d'eau donne pour les observations trihoraires une moyenne annuelle de 5^{mm},5, on note seulement

24 observations sur 343 où elle dépasse cette valeur; elle est généralement inférieure à 2mm. L'humidité relative dépasse rarement la moyenne annuelle de 85,6 pour 100, elle s'abaisse à 10 et 5 pour 100. Si l'humidité était élevée, elle pourrait atteindre le point de saturation sous l'influence d'un refroidissement et le brouillard limiterait la visibilité.

État du ciel. — Les nuages observés ne sont jamais des cumulus, ceux-ci se formant entre 1000 et 2000m constitueraient un écran. On observe surtout des nuages élevés, tels les cirrus cirro et altostratus, quelquefois une mer de nuages. Le phénomène est possible quelle que soit la nébulosité : sur 100 observations, on en relève 51 par ciel pur peu nuageux (0 à 3), 26 par ciel nuageux (4 à 7) et 23 par ciel très nuageux ou couvert. Par ciel couvert, les poussières atmosphériques n'étant pas illuminées par le soleil, le voile bleu ne paraît pas et les lointains sont nets.

Situation générale barométrique. — La transparence de l'air entre les deux sommets dépend évidemment de la situation générale barométrique. Étudions la période Décembre 1926-Novembre 1931. Le type de temps le plus favorable est un anticyclone couvrant la moitié ouest de l'Europe avec un maximum au sud de la France ou sur l'Europe centrale; on remarque souvent une zone de basses pressions sur l'Atlantique avec un réseau d'isobares parallèles à gradient faible sur le Massif central. Une telle situation fait prévoir une forte proportion de vents du secteur sud, ce qu'on peut vérifier en comparant la distribution des vents les jours de grande visibilité avec leur fréquence normale :

N.	NW.	W.	SW.	S.	SE.	E.	NE.	Calmes.
6	6	24	14	17	8	8	5	12
8	13	31	11	8	5	8	12	4

La fréquence plus élevée des calmes est liée à la présence d'un maximum sur le Massif central.

Les autres types d'isobares sont moins féquents : on se trouve quelquefois dans un couloir de pressions moyennes reliant deux anticyclones avec une dépression au Nord et une au Sud, ou dans une zone de basses pressions couvrant l'Europe occidentale; dans les deux cas, on est dans une aire de pressions uniformes, loin d'un centre de perturbations. Le phénomène est dû à la présence de courants descendants entraînant les poussières vers le sol.

On note plus rarement des isobares en V dont la pointe est tournée vers

le Sud; en ce cas, les poussières sont entraînées par la pluie, et le Mont Blanc peut devenir visible si l'éclaircie a une étendue suffisante.

Le travail sera poursuivi sur les années antérieures à 1927 en utilisant les archives de l'Observatoire du puy de Dôme.

SISMOLOGIE THÉORIQUE. — *Sur certaines ondes longues rapides, en particulier sur l'onde* PL *d'O. Somville.* Note de M. **Coulomb**, présentée par M. M. Brillouin.

Divers auteurs ont signalé l'enregistrement par les séismographes à grande période d'ondes longues au milieu des ondes préliminaires [1]. L'une de ces ondes longues a été étudiée par O. Somville [2], qui l'a désignée par le symbole PL. Elle a ensuite été observée par H. Landsberg [3]. Les épicentres appartiennent soit à la région méditerranéenne, soit à l'Atlantique Nord, les distances épicentrales vont de 500^{km} à 2500^{km}. La vitesse de propagation trouvée par O. Somville est de 6 km/sec environ pour les épicentres méditerranéens, voisine de 6,4 km/sec pour les autres; les périodes qu'il indique sont comprises entre 24 et 36 secondes. H. Landsberg obtient pour les épicentres méditerranéens des résultats concordant avec les précédents; mais un séisme islandais lui donne 5,95 km/sec pour la vitesse [4]; enfin ses périodes sont plus faibles étant, à deux exceptions près sur 16 valeurs, comprises entre 18 et 22 secondes.

J. B. Macelwane désigne par U une autre espèce d'onde, superficielle et très longue qu'il obtient en suivant la trajectoire du point moyen dans des enregistrements de séismographes Wiechert ou Milne-Shaw [5]. La période serait de l'ordre de 180 secondes, la vitesse de 7,5 km/sec. Mais les données sont peu nombreuses.

H. Landsberg pense que l'onde PL résulte d'oscillations d'ensemble d'une couche terrestre. J. B. Macelwane rapproche l'onde U des ondes β

---

(1) Par exemple, B. Gutenberg, *Gerlands Beiträge zur Geophysik*, 25, 1930, p. 78.

(2) O. Somville, *Gerl. Beitr.*, 27, 1930, p. 437; 29, 1931, p. 247; 33, 1931, p. 31.

(3) H. Landsberg, *Gerl. Beitr.*, 29, 1931, p. 64.

(4) Les enregistrements reproduits paraissent d'ailleurs moins nets que ceux dont se sert O. Somville.

(5) J. B. Macelwane S. J., *Gerl. Beitr.*, 28, 1930, p. 165.

et γ de K. Uller ([1]). Il est trop tôt pour s'efforcer de rendre un compte exact du phénomène. Mais on peut préparer les voies par quelques considérations très simples qui pourront suffire pour l'instant. On peut penser qu'il s'agit d'ondes superficielles ([2]). Mais il ne semble pas que le déplacement soit transversal et qu'une théorie du genre de celle de Love puisse suffire. Voyons si l'on peut adapter celle de Rayleigh. Le carré de la vitesse des ondes y est racine d'une équation cubique, dont la seule racine généralement acceptée fournit les ondes de Rayleigh ordinaires. On a essayé d'utiliser les autres racines ([3]), et les ondes β et γ de K. Uller en sont un exemple (à une généralisation près, d'utilité discutable pour la séismologie). Mais les ondes ainsi obtenues ne sont plus vraiment superficielles et ne sauraient être engendrées lors d'un séisme (dont le foyer n'est pas illimité en profondeur), à moins de faire une hypothèse supplémentaire, par exemple, de restreindre les ondes à une croûte. Si l'on admettait alors que le mouvement s'étende au milieu inférieur, on serait conduit à des calculs analogues à ceux de Love [*Some problems of Geodynamics* (Cambridge, 1911), p. 165] relatifs à l'effet d'une couche sur les ondes de Rayleigh.

Nous supposerons plus simplement que le milieu sous-jacent est inébranlable [ce qui n'empêcherait pas d'admettre sa plasticité pour des efforts prolongés ([4])]. Les périodes des ondes formeront alors une suite discontinue, ce qui semble convenir, si l'on attribue aux causes accidentelles les variations autour de chaque valeur. Enfin nous prendrons $\frac{1}{4}$ pour valeur du coefficient de Poisson dans la couche. L'une des racines de l'équation de Rayleigh fournit alors une vitesse de propagation exactement double de celle des ondes de distorsion. Comme la vitesse des ondes S dans la croûte observée lors des explosions est 3,1 km/sec environ, on obtient ainsi une vitesse de 6,2 km/sec; la coïncidence est presque trop belle avec la vitesse de PL.

Les composantes u, v, w, du déplacement, par rapport à troix axes Ox, Oy, Oz tels que Oz soit normal intérieurement au sol supposé plan, et

---

([1]) K. Uller, *Ann. der Physik*, 56, 1918, p. 463.

([2]) Les vitesses de PL paraissent croître un peu avec la distance. Mais celle-ci reste trop faible pour qu'on puisse décider.

([3]) Par exemple C. Somigliana, *Rendiconti Lincei*, 26, 1917, p. 369 et 472; 27, p. 13.

([4]) Il serait bien moins vraisemblable de traiter la couche comme libre.

que Ox coïncide avec la direction de propagation, sont de la forme

$$u = -\sqrt{3}\left[\cos\frac{fz}{\sqrt{3}} + \cos fz\sqrt{3}\right]\sin(pt - fx),$$
$$v = 0,$$
$$w = \left[\sin\frac{fz}{\sqrt{3}} + \sin fz\sqrt{3}\right]\cos(pt - fx),$$

avec $\frac{p}{f} = 6,2$. u et w s'annulent pour $\frac{fz}{\sqrt{3}} = n\frac{\pi}{2}$, n étant un entier quelconque. Les expressions précédentes fournissent donc une solution pour la courbe d'épaisseur H, si l'on prend $f = n\frac{\pi\sqrt{3}}{2\text{H}}$, ce qui donne pour la période

$$\text{T} = \frac{2\pi}{p} = \frac{0,375\,\text{H}}{n}.$$

La valeur la plus vraisemblable pour H est 60^{km}, qui donne $22^{\text{s}},5$ pour période fondamentale ($n = 1$), tout à fait dans la moyenne des observations de PL. Bien entendu on améliorerait la concordance en prenant des couches plus épaisses et des ordres de fréquence plus élevés. Par exemple une couche hypothétique de 480^{km}, qui admet pour période fondamentale celle des ondes U (180^{s}), fournit dans le champ de PL ($n = 5$ à 10) les valeurs suivantes : 36^{s}; 30^{s}; $25^{\text{s}},7$; $22^{\text{s}}5$; 20^{s}; 18^{s} autour desquelles se groupent bien les valeurs observées. Mais il ne faut pas oublier la différence des vitesses observées pour U et PL; d'ailleurs la valeur 3,1 pour la vitesse des ondes de distorsion deviendrait inadmissible à cette profondeur. Quoi qu'il en soit, notre schéma grossier fournit l'ordre de grandeur des résultats observés [1].

Complément à la Note précédente. — Si l'on simplifie la théorie de Love comme nous avons fait celle de Rayleigh, en admettant un sous-sol inébranlable, on est conduit au résultat suivant :

Le déplacement est de la forme :

$$u = 0, \qquad v = \cos\left[z\sqrt{\frac{p^2}{a^2} - f^2}\right]\cos(pt - fx), \qquad w = 0,$$

a étant la vitesse des S. La condition $v(\text{H}) = 0$ donne les formules de dispersion

$$\frac{p^2}{a^2} - f^2 = (2\text{K} + 1)^2\frac{\pi^2}{4\text{H}^2},$$

---

[1] Ces résultats m'ont été signalés par Mme et M. H. Labrouste.

K étant un entier. Pour les périodes trouvées précédemment en partant de $f = \frac{n\pi\sqrt{3}}{2H}$, on aura une onde de Love se propageant avec la même vitesse $\frac{p}{f} = 2a$ que l'onde de Rayleigh correspondante, si l'on prend $2K + 1 = 3n$, ce qui est possible pour n impair.

GÉNÉTIQUE. — *Étude génétique et cytologique de l'hybride* Iris pallida *Lamk.* × Iris tectorum *Maxim.* Note de M. **Marc Simonet**, présentée par M. L. Blaringhem.

Cet hybride stérile a été aussi appelé *Iris × Paltec* par M. Denis, qui l'obtint, en 1918, du croisement de *l'Iris pallida* Lamk. var. *Edina* Hort. par l'*Iris tectorum* Maxim.

Ces deux espèces appartiennent à des groupes biologiques et géographiques différents; l'*Iris pallida* est une plante de l'Europe méridionale de la section *Pogoniris* (Iris barbu), l'*Iris tectorum* de la section *Evansia* (Iris à crête), est originaire de la Chine.

Cette hybridation est aussi curieuse parce que effectuée entre plantes offrant des nombres de chromosomes différents (aneuploïde). Miyake (1), Longley (2) et nous-même (3) avons signalé chez l'*Iris pallida* $n = 12$ et $2n = 24$; nous avons également fait connaître chez l'*Iris tectorum* $2n = 28$; les deux plantes diffèrent donc l'une de l'autre par deux paires de chromosomes.

Du point de vue génétique, l'hybride ne paraît pas être tout d'abord intermédiaire entre les parents, surtout au moment de la floraison où il rappelle beaucoup plus l'*Iris tectorum* par ses fleurs très ouvertes; la disposition des pièces florales, presque horizontale, est une *dominance paternelle*. Un examen plus attentif nous montre cependant que les bractées de l'hybride entièrement scarieuses sont indiscutablement d'*influence maternelle*. Ce qui est surtout remarquable c'est la présence simultanée sur les sépales de l'*Iris × Paltec* et l'une à la suite de l'autre, de la crête et de la barbe des parents, cette dernière très abondante. Ainsi se trouvent réunis, se superposant même, les caractères maternels et paternels les plus oppo-

(1) *Jahrb. Wiss. Bot.*, 42, 1905, p. 83-120.

(2) *Bull. of the Am. Iris Soc.*, n° 29, 1928, p. 43-49.

(3) *C. R. Soc. de Biol.*, 99, 1928, p. 1314.

sés. La *dominance partielle* de la barbe de l'*Iris pallida* doit être rapprochée des cas d'hybridité disjointe observés par Naudin (¹) chez *Datura*, et de l'hérédité en mosaïque constatée par Blaringhem (²) chez *Hordeum*.

Quant aux autres caractères de l'*Iris* × *Paltec*, forme des feuilles, couleur des fleurs, etc., ils sont un compromis entre les caractères des deux parents.

Du point de vue cytologique, nous avons déjà montré (³) que l'hybride possède exactement la somme des garnitures chromosomiques haploïdes des parents, soit : $2n = 26(12 + 14)$. L'examen d'un grand nombre de cinèses somatiques nous a permis de constater que les chromosomes paternels et maternels gardaient, chez l'hybride, leur entière individualité. En effet, il nous a été possible de retrouver chez celui-ci des éléments de forme caractéristique que nous avions identifiés chez les parents. En particulier : deux grands chromosomes maternels en V, deux petits chromosomes en V et un chromosome droit à *constriction médiane* d'origine paternelle qui existaient respectivement par couples chez les parents.

Les divisions réductionnelles montrent de grandes irrégularités.

La première division de maturation ne présente, en règle générale, *aucune conjugaison* de chromosomes à la métaphase hétérotypique où il est aisé de compter 26 éléments monovalents non disposés en plaque équatoriale et irrégulièrement répartis au centre des cellules mères des grains de pollen ; exceptionnellement nous avons vu 1 ou 2 chromosomes bivalents; l'anaphase ne paraît pas exister. Les chromosomes passent directement en interphase, sans subir d'autre évolution, tels qu'ils étaient situés au cours du stade précédent et une membrane nucléaire englobe au hasard les éléments les plus rapprochés en plusieurs groupes formant fréquemment 3, 4 ou 5 noyaux (au lieu de 2).

La deuxième division de maturation est normalement équationnelle. Les 3, 4, 5 noyaux formés à l'intercinèse donnent naissance à un nombre égal de plaques équatoriales où l'on distingue aisément les 26 chromosomes répartis de la manière la plus désordonnée. Voici quelques-unes des combinaisons observées : $19 + 6 + 1$, $11 + 7 + 6 + 2$, $14 + 9 + 3$, etc. A l'anaphase les chromosomes se dirigent vers les pôles respectifs de leur cinèse et les images obtenues à ce stade sont alors des plus curieuses; on peut y voir jusqu'à 10 groupes de chromosomes qui s'entoureront par la suite

(¹) *Comptes rendus*, 49, 1859, p. 616.

(²) *IVe Conf. Intern. de Génétique*, Paris, 1911, p. 101-129.

(³) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1365.

d'une membrane nucléaire pour donner au stade de la tétrade des cellules irrégulières contenant 6, 8, 10 microspores. Le pollen est entièrement avorté et la plante complètement stérile.

C'est un des rares exemples connus d'une stérilité corrélative de la dissociation des éléments nucléaires chromatiques, sans fusion et le schéma de la première cinèse de maturation est tout à fait semblable à la division *semi-hétérotypique* récemment signalée par Rosenberg [1].

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Contractions rythmiques dans les cellules pigmentaires sous l'action de divers poisons*. Note de Mlle **Catherine Veil** et MM. **Comandon** et **de Fonbrune**, présentée par M. L. Lapicque.

Nous avons déterminé à l'aide du chlorure de baryum et de la guanidine des mouvements pulsatiles des cellules pigmentaires de l'écaille du poisson. Cette action du chlorure de baryum avait été signalée antérieurement et incidemment par Spaeth. Notre idée était de rapprocher ces mouvements des contractions plus ou moins régulières, plus ou moins rythmiques que déterminent les mêmes poisons (chlorure de baryum et carbonate de guanidine) sur un muscle strié, gastrocnémien ou couturier détachés du corps d'une grenouille, par exemple. Nous avons repris cette question sur les mélanophores dans l'espoir d'analyser ce phénomène curieux en l'étudiant sur des éléments simples unicellulaires. Ces mouvements pulsatiles s'observent très facilement au microscope. Ils s'effectuent en un temps relativement long, de l'ordre de la minute et demie. Nous les avons enregistrés cinématographiquement, ce qui d'une part permet de les accélérer et les rend ainsi plus frappants; d'autre part le film constitue un document sur lequel peut être effectuée une étude analytique. Nous présentons dans cette Note les faits les plus saillants qui découlent de l'analyse de ce film.

Si l'on met une écaille de *Carassius vulgaris* dans une goutte de solution physiologique à ions balancés (solution de Tyrode) les mélanophores groupés dans une moitié de l'écaille apparaissent dilatés. Ils sont immobiles; cette immobilité semble absolue à un faible grossissement car elle persiste quelle que soit l'accélération de la vitesse obtenue par le cinématographe.

Si le grossissement est suffisant, on distingue les grains de mélanine

(1) *Hereditas*, 8, 1927, p. 305-338.

dont le protoplasma est bourré et qui se voient individuellement sur les bords de cette cellule ramifiée que constitue un mélanophore. Une vitesse accélérée huit fois est suffisante pour que l'on remarque l'agitation manifeste de ces grains traduisant évidemment des mouvements actifs du protoplasma. De temps en temps, le protoplasma coule en un fin prolongement, un grain de mélanine est entraîné aussi à quelque distance du bord, puis ramené en sens inverse, il regagne l'intérieur de la cellule.

Si maintenant l'écaille, examinée dans une goutte de Tyrode, a été préalablement traitée pendant dix minutes par une solution de $BaCl^2 \frac{N}{8}$, toutes les cellules pigmentaires pulsent, synchroniquement, semble-t-il. Toutes se dilatent ensemble, toutes se rétractent ensemble.

Ce synchronisme n'est cependant pas totalement parfait; nous avons étudié sur le film des photographies successives correspondant à un intervalle de temps de 18 secondes.

Le grossissement étant de 400, le diamètre d'une cellule est de l'ordre du centimètre. Nous avons mesuré en millimètres la distance qui sépare deux ramifications opposées d'une même cellule. Toutes les cellules sont d'abord dilatées; au bout de 54 secondes, leur rétraction est générale (la longueur d'une même cellule dilatée et rétractée varie de 17 à 13^{mm}, et ce rapport est à peu près le même pour toutes les cellules). Puis la dilatation est générale; 90 secondes après la première rétraction, nouvelle rétraction générale, plus ample cette fois (la mesure de la même cellule donne un rapport 17 sur 10). Mais 54 secondes après la première rétraction, le mouvement de l'ensemble des cellules n'est pas rigoureusement synchrone. Il se manifeste un léger décalage dans une certaine direction de l'écaille. Néanmoins, on est en droit, pensons-nous, de parler de mouvements synchrones et rythmiques, car ils se poursuivent régulièrement dans le temps.

Doit-on supposer que chaque mélanophore fonctionne pour son propre compte, indépendamment du voisin, et le synchronisme est-il dû à ce que les cellules ont subi un même degré d'empoisonnement? Ne doit-on pas croire plutôt qu'elles réagissent les unes sur les autres, le mouvement de l'une appelant celui de sa voisine, ou bien y aurait-il lieu d'envisager une continuité anatomique entre les différentes cellules? Le synchronisme dépendrait-il encore d'un mécanisme nerveux? Autant de questions qui se posent et que seules des expériences ultérieures permettront de discuter.

Nous avons construit la courbe de la rétraction en fonction du temps. On peut représenter approximativement les durées des deux phases du

mouvement pour une cellule (dont le rapport en longueur, dilatation sur rétraction, est de 33 sur 29), par 36 secondes pour la rétraction et 54 pour la dilatation. La durée de la rétraction est donc 2 quand celle de la dilatation est 3. La dilatation succède immédiatement à la rétraction. La courbe du raccourcissement en fonction du temps rappelle donc celle de la secousse musculaire. L'état de dilatation subsiste un temps appréciable : 30 secondes environ.

L'agitation protoplasmique est très augmentée comparativement à celle de la cellule non intoxiquée. Le film donne l'impression d'un bombardement à la surface par les grains de mélanine.

La grandeur de l'agitation protoplasmique diffère donc avec l'état physiologique d'une même cellule. Cette mobilité accrue indique une modification du protoplasma favorisant peut-être des variations de tension superficielle qui seraient à l'origine des mouvements rythmiques que nous essayons d'étudier.

Accessoirement, nous avons eu l'occasion de constater la vascularisation de l'écaille dont nous ne soupçonnions pas la richesse. D'abondants capillaires entrelacés se trouvent dans toute la région pigmentée; ils sont nettement visibles en certains passages du film. De gros globules blancs granuleux se déplacent hors des vaisseaux. De globules rouges cheminent lentement dans les capillaires.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la teneur en calcium du sang des poissons marins*. Note de MM. **M. Fontaine** et **P. Portier**, présentée par M. L. Joubin.

On sait que, chez les poissons en général, l'état du squelette est des plus variables suivant les ordres zoologiques. En particulier, dans le milieu marin, deux sous-classes, les Élasmobranches et les Téléostomes (sur nos côtes surtout représentés respectivement par les Sélaciens et les Téléostéens) sont, de ce point de vue, fort dissemblables; alors que le squelette de ceux-ci est osseux, ceux-là présentent un squelette essentiellement cartilagineux, souvent partiellement calcifié, mais jamais il n'existe d'os.

C'est pourquoi nous avons cherché à savoir s'il existait des différences systématiques dans la teneur en calcium du sérum entre les poissons à squelette cartilagineux et ceux à squelette osseux.

Les dosages ont été effectués par la technique de Guillaumin.

Nous nous sommes d'abord demandé si la répartition du calcium sanguin entre les globules et le plasma était la même chez les Poissons que chez les Mammifères. Pour cela, des dosages ont été effectués sur les globules et le sérum d'un même sang.

Voici les chiffres obtenus pour un Téléostéen et un Sélacien et nous rappelons les chiffres concernant le sang humain d'après Guillaumin [1]

	Ca exprimé en milligr. par litre	
	de globules.	de sérum.
Conger vulgaris	42	200
Mustelus asterias	55	260
Homme	20	102

Comme chez les Vertébrés supérieurs, le calcium sérique est de beaucoup le plus important, le rapport $\frac{\text{Ca globulaire}}{\text{Ca sérique}}$ étant également de l'ordre du $\frac{1}{5}$.

Les chiffres qui sont rassemblés dans le tableau suivant ont tous été obtenus sur le sérum. Pour les espèces dont nous avons pu obtenir séparément une quantité suffisante de sang provenant d'individus mâles ou femelles, nous avons indiqué le sexe correspondant au dosage

	Ca (en mg par litre).
Sélaciens.	
Scilliorhinus canicula ♂	180
» ♂	165
» ♀	175
Mustelus asterias	260
Raia batis	180
»	185
Raia clavata	210
Téléostéens.	
Labrus berggylta ♂	120
» ♀	105
» ♀	115
Pleuronectes platessa	145
Conger vulgaris	200
»	210
Trigla lineata ♂	310
» ♀	300

(1) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **12**, 1930, p. 1294.

En résumé :

1° Chez les Poissons marins, le rapport $\frac{\text{Ca globulaire}}{\text{Ca sérique}}$ est du même ordre de grandeur que chez les Vertébrés supérieurs.

2° Nous n'avons pas trouvé de différence sensible (chez les espèces où nous avons pu effectuer la comparaison) entre la calcémie des mâles et celle des femelles. Rappelons qu'une telle différence a été trouvée chez la Morue par Hess, Bills, Weinstock et Rivkin [1]. Il est vrai que les œufs de ce poisson sont particulièrement riches en calcium et il est probable que le taux élevé de la calcémie chez la femelle est en rapport avec leur formation.

3° Enfin, et cette dernière conclusion est la réponse à la question que nous nous étions d'abord posée, on ne constate aucune relation entre la teneur en calcium du sérum des poissons étudiés et l'état osseux ou cartilagineux de leur squelette. L'absence d'ossification du squelette chez les Sélaciens n'est donc pas imputable à une déficience du milieu intérieur en calcium et les causes déterminantes de ce phénomène doivent être recherchées ailleurs.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les ferments solubles sécrétés par les Champignons Hyménomycètes. Les constituants alcooliques des essences et la fonction antioxygène.* Note de M. **L. Lutz**, présentée par M. L. Mangin.

L'action des alcools, constituants des huiles essentielles, en tant que corps susceptibles de dériver sur eux-mêmes la catalyse de l'oxygène provoquée par les ferments solubles sécrétés par les Champignons Hyménomycètes a été étudiée sur les corps suivants :

Alcools $C^{10}H^{18}O$ à chaîne ouverte : géraniol, nérol, linalol;

Alcools $C^{10}H^{18}O$ à chaîne fermée : bornéol, terpinéol;

Alcools $C^{10}H^{20}O$ à chaîne ouverte : citronellol;

Alcool $C^{10}H^{20}O$ à chaîne fermée : menthol.

Parmi ces alcools, les uns sont primaires : géraniol, nérol, citronellol; d'autres secondaires : bornéol, menthol; d'autres tertiaires : linalol, terpinéol.

---

(1) Hess, Bills, Weinstock et Rivkin, *Proc. Soc. exp. Biol. a. Med.*, 25, 1928, p. 349.

Les Champignons producteurs de ferments ensemencés ont été : *Stereum hirsutum*, *S. purpureum*, *Coriolus versicolor*.

Il ne saurait être question d'opposer directement aux actions d'oxydation les alcools examinés en présence de tests colorables d'oxydation : ces derniers corps, possédant des fonctions phénol, se sont tous montrés plus oxydables que les composés alcooliques, de telle sorte que les réactions de cette nature n'ont été influencées que d'une manière insignifiante par l'addition d'alcools.

Il n'en a pas été de même pour les cultures faites en milieux réductibles : celles-ci ont été poursuivies, comme à l'habitude, sur milieu nutritif au bleu de méthylène (1 goutte de bleu à 0,25 pour 100 par 5^{cm^3}) additionné de 1 goutte par tube de solution ou émulsion aqueuse à 1 pour 100 des différents alcools examinés.

Les résultats des expériences peuvent se résumer de la manière suivante :

Les réactions les plus nettes ont été obtenues avec le *Coriolus versicolor;* elles se sont manifestées par une accélération de la réduction du bleu par rapport à des témoins sans alcools, mais cette accélération varie considérablement avec la nature des alcools.

Alcools primaires. — *Géraniol :* très faible, presque nulle;

Nérol : très faible, mais nette;

Citronellol : très faible.

Alcools secondaires : *Bornéol :* forte; également très nette avec le *Stereum purpureum*, où elle montre un anneau vert en surface et la zone moyenne du tube décolorée;

Menthol : forte; également très nette avec les deux *Stereum*.

Alcools tertiaires : *Linalol :* forte, aboutit à la leucobase, alors que le témoin est encore lilas;

Terpinéol : très forte, aboutit à la leucobase.

Cette différence d'action des alcools primaires, secondaires et tertiaires s'explique aisément, si l'on remarque que l'oxydation directe des alcools primaires par les agents catalytiques tend à les faire passer à l'état d'aldéhydes, mais qu'inversement ces aldéhydes fixent aisément deux atomes d'hydrogène pour redonner l'alcool primaire correspondant; de telle sorte que les actions à la fois oxydantes et réductrices exercées par les ferments fongiques déterminent aux dépens de l'alcool primaire une sorte de circuit fermé annulant à peu près complètement la réaction exercée sur le bleu. Il n'en est pas de même avec les alcools secondaires, dont l'oxydation fournit une cétone, beaucoup plus stable, ni avec les alcools tertiaires, dont la molécule se scinde par oxydation.

MICROBIOLOGIE. — *Les variations morphologiques du bacille symbiotique de* Macrosiphum tanaceti. Note [1] de M. A. **Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

Le mécanisme de la symbiose chez *Macrosiphum tanaceti* a été étudié en détail par Klevenhusen (*Zeitsch. f. Morph. u. Okol. der Tiere*, 9, 1927) qui a signalé l'existence de deux microorganismes symbiotiques : les symbiotes proprement dits, de forme arrondie, qui seraient des Champignons, et des Bacilles filamenteux mesurant 20 et même 30^{μ} de long sur $1^{\mu},5$ d'épaisseur.

Nous avons repris l'étude de la symbiose chez cette espèce et nos recherches ont abouti à des conclusions très différentes de celles de l'auteur allemand. Sur frottis colorés au Giemsa, on constate bien l'existence de formes filamenteuses mesurant jusqu'à 30 et même 60^{μ} de long, mais la plus grande partie des éléments bacillaires ne mesurent guère que 4 à 6^{μ} de long sur $1^{\mu},5$ d'épaisseur. Quelle que soit l'origine des Pucerons [2], les formes courtes sont de beaucoup les plus nombreuses et doivent être considérées comme le type morphologique normal.

Après coloration par le Giemsa, les éléments bacillaires se présentent sous l'aspect de gros bâtonnets à bouts arrondis dont la portion centrale est très souvent légèrement renflée, ce qui leur donne une forme elliptique allongée; la coloration de la masse n'est pas homogène : seuls les contours sont bien colorés ainsi que des bandes transversales en nombre variable suivant la longueur des bacilles.

Les formes de croissance, que nous considérons comme les stades intermédiaires entre les Bacilles normaux et les symbiotes arrondis, sont remarquablement nombreuses à certains stades d'évolution du Puceron, en particulier chez les femelles ovipares de la génération sexuée d'automne. Les formes les plus diverses peuvent être observées, ainsi qu'on peut le constater d'après la figure ci-contre; on retrouve là toutes les formes que nous avons observées dans le sang de certaines chenilles inoculées avec divers Coccobacilles entomophytes.

Les bacilles filamenteux se multiplient suivant un mode particulier qui

---

[1] Séance du 30 novembre 1931.

[2] Ceux que nous avons étudiés étaient originaires de Lyon, Saint-Genis-Laval, Genève.

ne paraît pas avoir été signalé jusqu'ici chez les bactéries : le filament se clive longitudinalement en donnant naissance à plusieurs fragments plus ou moins allongés d'aspect fusiforme le plus souvent (*f*). Nous avons observé également la formation de masses géantes par coalescence de plusieurs



Bacilles symbiotiques de *Macrosiphum tanaceti*. *a*, bacilles normaux; *b*, forme de passage; *c*, symbiotes normaux; *d*, coalescence de plusieurs bacilles normaux; *f*, division longitudinale de formes filamenteuses.

éléments bacillaires disposés côte à côte (*d*), ce qui constitue un phénomène non décrit jusqu'ici.

Bacilles normaux et formes de passage se rencontrent en plus ou moins grande abondance dans le sang, mais surtout à l'intérieur des cellules sanguines disséminées dans la cavité générale ou accumulées dans le voisinage du mycétome ; ils forment aussi des amas volumineux à la surface des mycétocytes. Comme nous l'avons exposé en différentes Notes précédentes, il s'agit là de réactions d'immunité antimicrobienne naturelle à la fois humorales et cellulaires déterminant un accroissement en volume du mycétome.

Le polymorphisme des bactéries symbiotiques de *M. tanaceti*, comme d'ailleurs celui de beaucoup de bacilles symbiotiques de Pucerons, ne doit pas être considéré comme une propriété particulière de ces espèces bactériennes, ainsi qu'on l'admet par exemple pour les bactéroïdes des nodosités radiculaires de Légumineuses. La tendance à changer de forme est au contraire un phénomène assez général chez les bactéries; c'est une conséquence de la grande plasticité de la cellule bactérienne. Qu'elle soit particu-

lièrement développée chez les bacilles symbiotiques de Pucerons depuis longtemps adaptés à la vie parasitaire d'une espèce déterminée, il n'y a rien là qui doive surprendre. Mais le polymorphisme a surtout pour cause l'action exercée par le milieu vivant dans lequel se développe la cellule bactérienne. Nous en avons donné de nombreux exemples en étudiant l'infection chez les Insectes. Cette action du milieu sanguin rentre d'ailleurs dans la catégorie des phénomènes d'immunité; elle varie d'intensité suivant le stade de développement du Puceron, suivant les phases du cycle biologique et peut-être aussi suivant la température.

La séance est levée à $16^h 10^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 30 novembre 1931.)

Note de M. *Mandelbrojt*, Généralisation d'un théorème sur les fonctions holomorphes dans un demi-plan :

Page 1056, la formule 2° doit être suivie de l'inégalité

$$|F(z)| < e^{Kx}|\theta(z)|, \qquad x \geqq 0.$$

Note de MM. *André Meyer* et *Robert Vittenet*, Les phtalone-imides et leurs dérivés :

Page 1098, ligne 2, *au lieu de* F. 224-236°, *lire* F. 234-236°.